

УДК 519.62:521.1

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ БОРТОВЫХ ЭФЕМЕРИД НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ПО МЕЖСПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ МЕРНОМ ИНТЕРВАЛЕ В УСЛОВИЯХ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ

© 2025 г. В. А. Авдюшев^{1,*}, Д. Л. Басхаев¹, Т. А. Марапескул², Д. С. Муратов²,
Н. А. Попандопуло²

¹Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск, Россия

²АО “Информационные спутниковые системы” имени академика М.Ф. Решетнёва”, Железногорск, Россия

*e-mail: sch@niipmt.tsu.ru

Поступила в редакцию 02.08.2024 г.

После доработки 16.11.2024 г.

Принята к публикации 17.11.2024 г.

В настоящей работе рассматривается задача автономной навигации глобальной навигационной спутниковой системы по межспутниковым измерениям на скользящем мерном интервале. На примере ГНСС GPS исследуется точность эфемерид навигационных космических аппаратов в условиях автонавигации в зависимости от обстоятельств проводимых межспутниковых измерений. В частности, показано, что автономная навигация в течение почти двух месяцев позволяет обеспечить потребителя эфемеридами GPS субметрового уровня точности (SIS URE).

DOI: 10.31857/S0023420625040087, EDN: QNRMIK

1. ВВЕДЕНИЕ

Внедрение технологий, основанных на межспутниковых измерениях (МСИ), является значимым фактором в развитии глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) в части улучшения точности предоставляемых навигационных услуг, а также снижения расходов на обслуживание наземного комплекса управления (НКУ) и повышения надежности ГНСС. Вместе с тем способность каждого навигационного космического аппарата (НКА) ГНСС проводить МСИ и осуществлять обмен цифровыми данными по межспутниковым линиям связи дает им возможность самостоятельно уточнять рассчитываемую на борту эфемеридную информацию по МСИ без поддержки НКУ, т.е. в условиях автономной навигации [1–3].

При автономной навигации параметры бортовой модели движения НКА переопределяются с некоторой периодичностью с поступлением новых МСИ, причем порядок проведения и накопления МСИ зависит от конкретной ГНСС

[2, 4]. Обычно для обработки МСИ применяется рекурсивная динамическая фильтрация [5]. Однако параметры модели движения НКА могут определяться в рамках классической нелинейной задачи наименьших квадратов на скользящем мерном интервале, содержащем не только новые, но и МСИ предыдущих сеансов измерений.

Эфемериды НКА при автонавигации неизбежно деградируют, т.е. их точность со временем ухудшается. Одной из причин деградации эфемерид выступает отсутствие привязки МСИ к координатной системе, в которой выполняется расчет эфемерид НКА. Между тем измерения с наземных станций связаны с координатной системой непосредственно через известные с высокой точностью их координаты. Можно предположить, что привязка МСИ к координатной системе на длительном мерном интервале может выражаться опосредованно через воздействующую на НКА возмущающую среду. Однако при характерных систематических ошибках моделирования (например, вследствие нефизичности эмпирической модели светового давления)

возмущения оказываются достаточно слабыми, с тем, чтобы быть “связывающим” фактором для определяемых по МСИ параметров ГНСС. Собственно, эти систематические ошибки практически и являются главным источником деградации.

Снижение точности эфемерид, определяемых по МСИ, зависит от множества самых разнообразных обстоятельств: типа орбиты НКА и возмущающей среды, длительности мерного интервала и временного распределения МСИ, случайных и систематических ошибок МСИ, конфигурации созвездий НКА и т.д. В настоящей работе на основе численного моделирования исследуется влияние некоторых наиболее значимых факторов на деградацию эфемерид НКА ГНСС GPS в условиях автонавигации.

С этапа развертывания НКА *GPS Block IIR-M* в 2005 г. автономная навигация GPS (AutoNav) функционирует полностью [6]. Начиная с поколения *Block IIR*, НКА GPS оснащены расширенными возможностями GPS-навигации, включая возможность автономной навигации [7]. Эта технология постоянно совершенствуется в последующих поколениях НКА GPS.

В условиях автономной навигации для обработки МСИ в ГНСС GPS применяется динамическая фильтрация Калмана. Уже в первых работах по исследованию задачи автонавигации показано [8], что ГНСС без взаимодействия с управляющим сегментом может обеспечить точность навигации наземного потребителя не хуже 6 м в течение 180 сут. Между тем, несмотря на очевидную обоснованность применения динамической фильтрации для решения обратных задач с непрерывно поступающими измерениями, такой подход имеет ряд недостатков, например, связанных с чувствительностью решения к систематическим ошибкам моделирования динамики или с расходностью итерационного процесса уточнения параметров при продолжительной обработке измерительной информации.

Рекурсивная динамическая фильтрация — это по сути эффективна реализация метода наименьших квадратов для оперативной обработки обновляемого состава измерений на увеличивающемся мерном интервале при поступлении новых измерительных данных с переносом оцениваемых параметров на эпоху новых измерений [9]. В связи с этим авторам настоящей работы представлялось интересным рассмотреть альтернативный подход, а именно метод наименьших квадратов на скользящем мерном интервале постоянной и малой длительности (до нескольких суток), с тем чтобы исследовать его возможности

и эффективность в решении задач автономной навигации GPS.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ НАВИГАЦИОННОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Для имитации процесса автономной навигации, а именно для моделирования МСИ и расчета бортовых эфемерид НКА GPS, использовалась численная модель орбитального движения искусственного спутника Земли (ИСЗ) [10], разработанная в НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета. Численная модель рассчитывает эфемериды ИСЗ в гравитационном поле Земли (с точностью до гармоник 20-го порядка) под влиянием притяжения Луны и Солнца (рассматриваемых как материальные точки), а также светового давления. Моделирование динамики ИСЗ выполняется в прямоугольных координатах как пошаговое решение дифференциальных уравнений движения коллокационным интегратором *Lobbie* [11, 12] в компьютерной арифметике с расширенной точностью. При подборе эффективных параметров интегратора численная модель позволяет выполнять расчеты эфемерид НКА GPS на субмиллиметровом уровне точности и выше. Для представления гравитационного поля Земли принята модель EGM2008 [13]. Для расчета положений Луны и Солнца используются эфемериды DE438 [14].

Световое давление в численной модели [10] рассчитывается для сферического тела, однако для высокоточного моделирования движения управляемого НКА такое представление светового давления неприемлемо. Поэтому сферическая модель светового давления заменена на эмпирическую модель вида

$$\mathbf{P}_L = \Phi \frac{\mu_S}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_S|^2} (\kappa_1 \mathbf{l}_1 + \kappa_2 \mathbf{l}_2 + \kappa_3 \mathbf{l}_3), \quad (1)$$

где \mathbf{x} и \mathbf{x}_S — геоцентрические положения НКА и Солнца; μ_S — гравитационный параметр Солнца; $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ — интегральные коэффициенты светового давления; $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \mathbf{l}_3$ — орты панельной системы координат (рис. 1):

$$\mathbf{l}_1 = \frac{\mathbf{x}_S - \mathbf{x}}{|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}|}, \quad \mathbf{l}_2 = \frac{\mathbf{l}_1 \times \mathbf{x}}{|\mathbf{l}_1 \times \mathbf{x}|}, \quad \mathbf{l}_3 = \mathbf{l}_1 \times \mathbf{l}_2$$

— орт по направлению НКА — Солнце, нормаль к плоскости Солнце — НКА — Земля и орт,

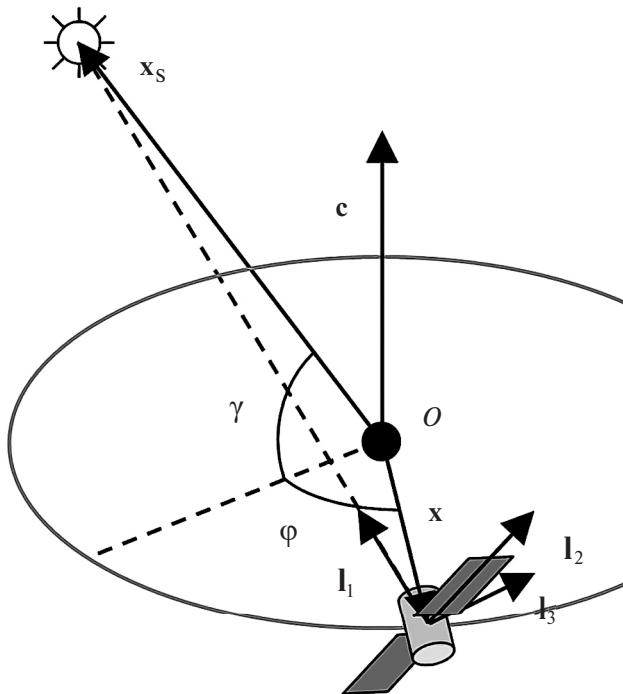


Рис. 1. Конфигурация Солнце – НКА – Земля, панельная система координат НКА и угловые координаты Солнца (**c** — вектор момента количества движения)

дополняющий систему координат до правой, соответственно; Φ — функция тени.

Коэффициенты $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ — переменные величины, которые зависят от ориентации НКА относительно Солнца и Земли: антенны, передающие навигационный сигнал наземному потребителю, всегда направлены к центру Земли, в то время как поверхность солнечных батарей перпендикулярна направлению на Солнце (рис. 1). В работе [15] предлагается рассматривать коэффициенты $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ в виде разложения в ряд по сферическим функциям:

$$\kappa_l = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (A_{nm}^{(l)} \cos m\varphi + B_{nm}^{(l)} \sin m\varphi) \times P_{nm}(\sin \gamma) \quad (l = 1, 2, 3), \quad (2)$$

где $A_{nm}^{(l)}$ и $B_{nm}^{(l)}$ — постоянные разложения (параметры модели светового давления); P_{nm} — присоединенные функции Лежандра; n и m — степень и порядок соответственно; γ и φ — угловые геоцентрические координаты Солнца (рис. 1): γ — склонение Солнца относительно орбитальной плоскости НКА; φ — угол в орбитальной плоскости между направлением на НКА и

проекцией направления на Солнце. Постоянные разложения (2) определяются путем согласования с МСИ, и, ввиду нефизичности эмпирической модели светового давления (1), они постоянно уточняются с поступлением новых измерений.

В условиях автонавигации в представлении коэффициентов $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ (2) достаточно ограничиться членами нулевой и первой степени, т.е. рассматривать их в виде

$$\begin{aligned} \kappa_l &= A_{00}^{(l)} + A_{10}^{(l)} P_{10}(\sin \gamma) + \\ &+ (A_{11}^{(l)} \cos \varphi + B_{11}^{(l)} \sin \varphi) P_{11}(\sin \gamma) \quad (l = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Величины φ и γ изменяются с разными угловыми скоростями. Первая величина связана, главным образом, с движением НКА, тогда как вторая — с движением Солнца, поэтому их периоды составляют почти один орбитальный период НКА и один год соответственно. По этой причине при обработке измерений на малом межном интервале (до нескольких суток), когда величина γ изменяется слабо и может рассматриваться как постоянная, определяемые параметры $A_{00}^{(l)}$ и $A_{10}^{(l)}$ будут фактически дублировать друг друга, что может быть сопряжено с плохой обусловленностью обратной задачи. Поэтому $A_{10}^{(l)}$ целесообразно исключить из состава определяемых параметров, а функцию Лежандра P_{11} включить в параметры $A_{11}^{(l)}$ и $B_{11}^{(l)}$, и рассматривать представление коэффициентов $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ как

$$\kappa_l = A_{00}^{(l)} + A_{11}^{(l)} \cos \varphi + B_{11}^{(l)} \sin \varphi \quad (l = 1, 2, 3). \quad (3)$$

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЖСПУТНИКОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И ИМИТАЦИЯ АВТОНАВИГАЦИИ

В условиях автонавигации сеанс МСИ проводится в два этапа [2]: 1) НКА по межспутниковой радиолинии в определенной очередности обмениваются друг с другом навигационными данными, и каждый НКА-приемник по задержке радиосигналов оценивает псевдодальности до видимых НКА-передатчиков (прямые измерения); 2) НКА передают эти псевдодальности НКА (обратные измерения), с которыми проводились прямые измерения. Далее псевододальности прямого и обратного измерений на борту НКА-приемника сводятся к единому моменту времени (например, к моменту бортового времени НКА-передатчика). В общий состав МСИ для последующей обработки принимаются

полсуммы псеводальностей прямого и обратного измерений, в которых вследствие суммирования компенсируются систематические ошибки, вызванные смещениями шкал бортового времени взаимодействующих пар НКА.

При имитации автонавигации GPS описанные процессы обмена радиоданными между НКА не проводились, а МСИ дальностей формировались по результатам численного моделирования движения НКА с эталонными (точными) параметрами на равномерной времененной сетке с учетом взаимной радиовидимости НКА. При этом в моделируемые дальности вносился нормальный шум с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением 30 см. В соответствии с принятыми условиями радиовидимости НКА-приемник видит НКА-передатчик, если угол между направлениями приемник – передатчик и приемник – геоцентр находится в диапазоне от 14° (экранирующая Земля с атмосферой) до 90° (половинный угол обзора антенны). Начальные (эталонные) параметры модели для НКА GPS были получены путем согласования модели с апостериорными эфемеридами СВОЭВП (www.glonass-svoepr.ru) на эпоху 1.I.2021 г.

В предположении, что систематические ошибки в координатах НКА-передатчиков рождаются параметрическими ошибками, в самом начале имитации автонавигации в параметры модели каждого НКА вносился нормальный шум, моделируемый на основе ковариационных матриц параметрических ошибок (см. раздел 4). При этом ковариационные матрицы формировались в результате предварительной обработки МСИ дальностей на начальном межном интервале.

В процессе имитации автонавигации на скользящем межном интервале МСИ моделировались следующим образом. Этalonные и полученные после последнего уточнения по МСИ параметры численной модели путем прогноза движения НКА-приемника рассчитываются на очередную эпоху уточнения параметров. На интервале прогноза движения НКА-приемника моделируются новые МСИ по численной модели движения НКА с эталонными параметрами. В то же время численной моделью движения НКА с полученными после последнего уточнения по МСИ параметрами рассчитываются также координаты НКА-передатчиков, необходимые для модельного представления новых МСИ. Переформируется состав МСИ (вместе с соответствующими координатами

НКА-передатчиков) с исключением самых ранних МСИ и с включением новых МСИ. После каждого уточнения параметров НКА-приемников все описанные действия повторяются. При этом уточнение параметров после пополнения состава измерений новыми МСИ выполняется последовательно для каждого НКА в соответствии с его порядковым номером.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ НКА ПО МЕЖСПУТНИКОВЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

Пусть для i -го НКА требуется определить вектор параметров \mathbf{q}_i по вектору МСИ дальностей \mathbf{d}_i^O . Предполагается, что ошибки МСИ дальностей случайные, некоррелированные и распределены по нормальному закону с нулевым математическим средним и дисперсией σ^2 . Тогда в рамках задачи наименьших квадратов оценка вектора параметров $\hat{\mathbf{q}}_i$ находится из условия минимума целевой функции

$$S(\hat{\mathbf{q}}_i) = \left\| \mathbf{d}_i^O - \mathbf{d}_i^C(\hat{\mathbf{q}}_i) \right\|^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где \mathbf{d}_i^C – вектор модельных представлений МСИ дальностей \mathbf{d}_i^O ; $\|\cdot\|$ – евклидова норма. Параметрический вектор \mathbf{q}_i включает в себя 6 компонент векторов положения \mathbf{x}_{i0} и скорости $\dot{\mathbf{x}}_{i0}$ на начальную эпоху t_0 , а также 9 параметров эмпирической модели светового давления $A_{i00}^{(l)}, A_{i11}^{(l)}, B_{i11}^{(l)}$ ($l = 1, \dots, 3$) (3).

Минимизация целевой функции (4) выполняется итерационно методом Гаусса – Ньютона. Его схема имеет вид

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - (\mathbf{d}'_{\mathbf{q}}^T \mathbf{d}'_{\mathbf{q}})^{-1} \mathbf{d}'_{\mathbf{q}}^T \left(\mathbf{d}^O - \mathbf{d}^C(\mathbf{q}_i^n) \right), \quad (5)$$

где \mathbf{q}_i^n – приближенная оценка вектора параметров на n -й итерации; $\mathbf{d}'_{\mathbf{q}} = \partial \mathbf{d}_i^C / \partial \mathbf{q}_i$ – частные производные от модельных представлений МСИ дальностей по параметрам численной модели движения, вычисленные по приближенной оценке \mathbf{q}_i^n ; T означает операцию транспонирования. Частные производные в итерационной схеме (5) для каждого МСИ дальности $d_{ijk} = |\mathbf{x}_{ik} - \mathbf{x}_{jk}|$ между i -м и j -м НКА на момент времени t_k по параметрам НКА \mathbf{q}_i вычисляются как

$$\frac{\partial d_{ijk}}{\partial \mathbf{q}_i} = \frac{(\mathbf{x}_{ik} - \mathbf{x}_{jk})^T}{d_{ijk}} \left. \frac{\partial \mathbf{x}_i}{\partial \mathbf{q}_i} \right|_k. \quad (6)$$

Для всех НКА частные производные от положения по параметрам $\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{q}$ в выражении (6) получаются путем численного интегрирования дифференциальных уравнений в вариациях совместно с дифференциальными уравнениями движения НКА [10].

Целевая функция (4) в оценке $\hat{\mathbf{q}}$ позволяет для каждого НКА оценить дисперсию ошибок МСИ дальностей σ^2 как

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S(\hat{\mathbf{q}})}{\dim \mathbf{d} - \dim \mathbf{q}}, \quad (7)$$

где $\dim \mathbf{d}$ и $\dim \mathbf{q}$ — размерности векторов измерений и параметров соответственно. В то время как ковариационная матрица

$$\mathbf{C} = \hat{\sigma}^2 (\mathbf{d}'_{\mathbf{q}} \mathbf{d}'_{\mathbf{q}})^{-1} \quad (8)$$

в линейном приближении дает распределение параметрических ошибок, вызванных случайными ошибками МСИ.

При имитации автонавигации (раздел 3) после предварительной обработки МСИ на начальном мерном интервале для каждого НКА ковариационная матрица (8) использовалась для моделирования начальных параметрических ошибок, вносимых в эталонные параметры, по стохастической схеме

$$\tilde{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^{1/2} \mathbf{v}, \quad (9)$$

где $\bar{\mathbf{q}}$ — вектор эталонных параметров, полученный из согласования численной модели движения НКА с эфемеридами СВОЭВП; $\tilde{\mathbf{q}}$ — вектор зашумленных параметров; $\mathbf{C}^{1/2}$ — матрица-множитель разложения Холецкого ковариационной матрицы $\mathbf{C} = \mathbf{C}^{1/2} (\mathbf{C}^{1/2})^T$; \mathbf{v} — многомерная случайная стандартная нормально распределенная величина той же размерности, что и вектор параметров. Заметим, что зашумление параметров по стохастической схеме (9) выполняется только один раз в самом начале имитации автонавигации. Последующие значения параметров получаются в результате их уточнения по моделируемым МСИ дальностей.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Предварительное исследование задачи уточнения эфемерид НКА GPS по МСИ выполнялось с двухсуточным скользящим мерным интервалом и периодом проведения МСИ 2 мин

(1440 МСИ за мерный интервал) на 60-суточном интервале автонавигации. При этом параметры численной модели движения каждого НКА обновлялись каждый час со смещением мерного интервала. Программная имитация обмена данными для каждого НКА проводилась поочередно с каждым видимым НКА ГНСС. Навигационный космический аппарат считался видимым для другого НКА, если первый находился в переднем полупространстве последнего в направлении на Землю и не экранировался планетой.

Межспутниковые измерения дальностей моделировались по эталонным эфемеридам, полученным в результате согласования численной модели движения НКА с апостериорными эфемеридами СВОЭВП на двухсуточном интервале. В моделируемые дальности вносился некоррелируемый нормальный шум со среднеквадратическим отклонением 30 см. В начале автонавигации в параметры численной модели движения НКА вносился нормальный шум по стохастической схеме (9).

После накопления первичного состава МСИ на исходном двухсуточном мерном интервале проводился процесс уточнения параметров. Затем численной моделью движения уточняемые и эталонные параметры рассчитывались на новую эпоху, соответствующую концу мерного интервала. Далее поэтапно проводилось моделирование процесса автонавигации: 1) Обновлялся состав МСИ (добавлялись новые МСИ за 1 ч и исключались самые ранние МСИ); 2) Уточнялись параметры численной модели движения НКА по обновленному составу МСИ; 3) Рассчитывались уточненные и эталонные параметры на новую эпоху — на 1 ч вперед, в конец мерного интервала. Эфемериды уточнялись итерационно по достижению субмиллиметровых поправок в координатах, что требовало не более трех итераций.

Ошибки уточняемых эфемерид по МСИ в условиях автонавигации приведены на рис. 2. Здесь S , T , W — отклонения уточняемых эфемерид от эталонных в метрах вдоль радиального, трансверсального и биномиального направлений соответственно. Ошибки оценивались на каждый момент уточнения параметров. Ввиду того что характер поведения отклонений для НКА внутри одной плоскости практически одинаковый, на графике представлены результаты только для шести НКА GPS из каждой плоскости.

Как видно из рис. 2, эфемериды всех НКА ГНСС стремительно деградируют: если в конце 30-суточного интервала автонавигации ошибки эфемерид составляют 8 м, то к концу следующих

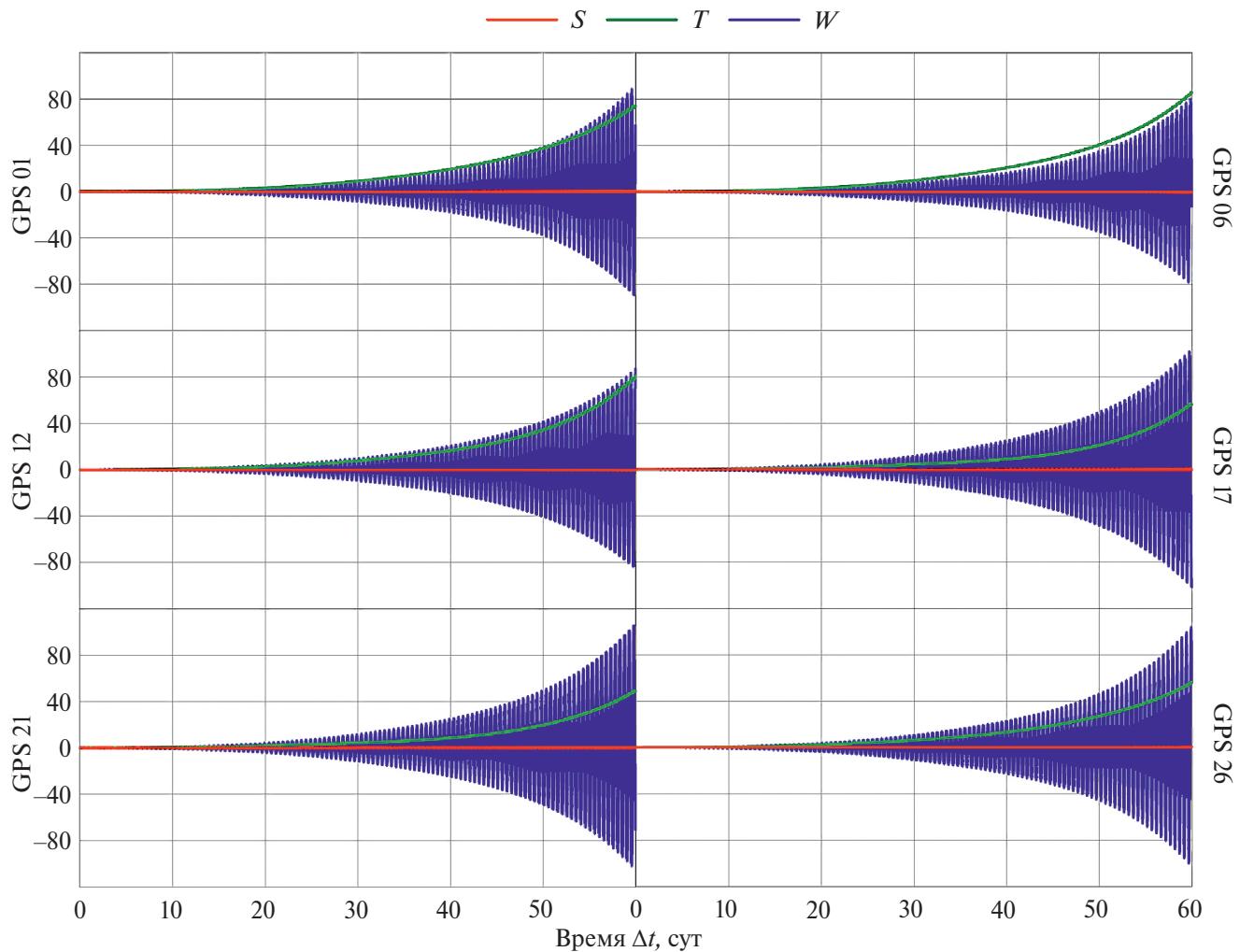


Рис. 2. Ошибки уточняемых по МСИ эфемерид шести НКА GPS (в метрах) в условиях автонавигации с двухсуточным скользящим мерным интервалом

30 сут они уже превышают 80 м. Между тем на временных интервалах от четырех месяцев ошибки становятся более 10 км.

Впрочем, в отличие от трансверсальной и бинормальной составляющих ошибки, радиальная составляющая достаточно мала и не превышает величины 1 м. Тогда как трансверсальная составляющая неограниченно и сверхлинейно возрастает, а поведение бинормальной составляющей носит периодический характер со сверхлинейно возрастающей амплитудой. Они и определяют позиционную точность, которая в конце 60-суточного интервала превышает 100 м для всех НКА ГНСС.

При исследовании влияния возмущающих факторов на деградацию эфемерид обнаружено, что главной причиной деградации является

чувствительность численной модели движения НКА к ошибкам параметров светового давления. На рис. 3 показаны результаты имитации процесса автонавигации без учета влияния светового давления. Как видно из рисунка, деградация отсутствует, а ошибки эфемерид не превышают 4 см. В то же время возмущающие факторы гравитационной природы (возмущающее гравитационное поле Земли или притяжение Луны и Солнца) очень слабо влияют на характер деградации эфемерид в условиях автонавигации.

Причиной стремительной деградации эфемерид вследствие систематических ошибок, вызванных неточностью представления светового давления, является также накопительный эффект этих ошибок за мерный интервал. Так, увеличение мерного интервала приводит к усилению деградации и, наоборот, уменьшение —

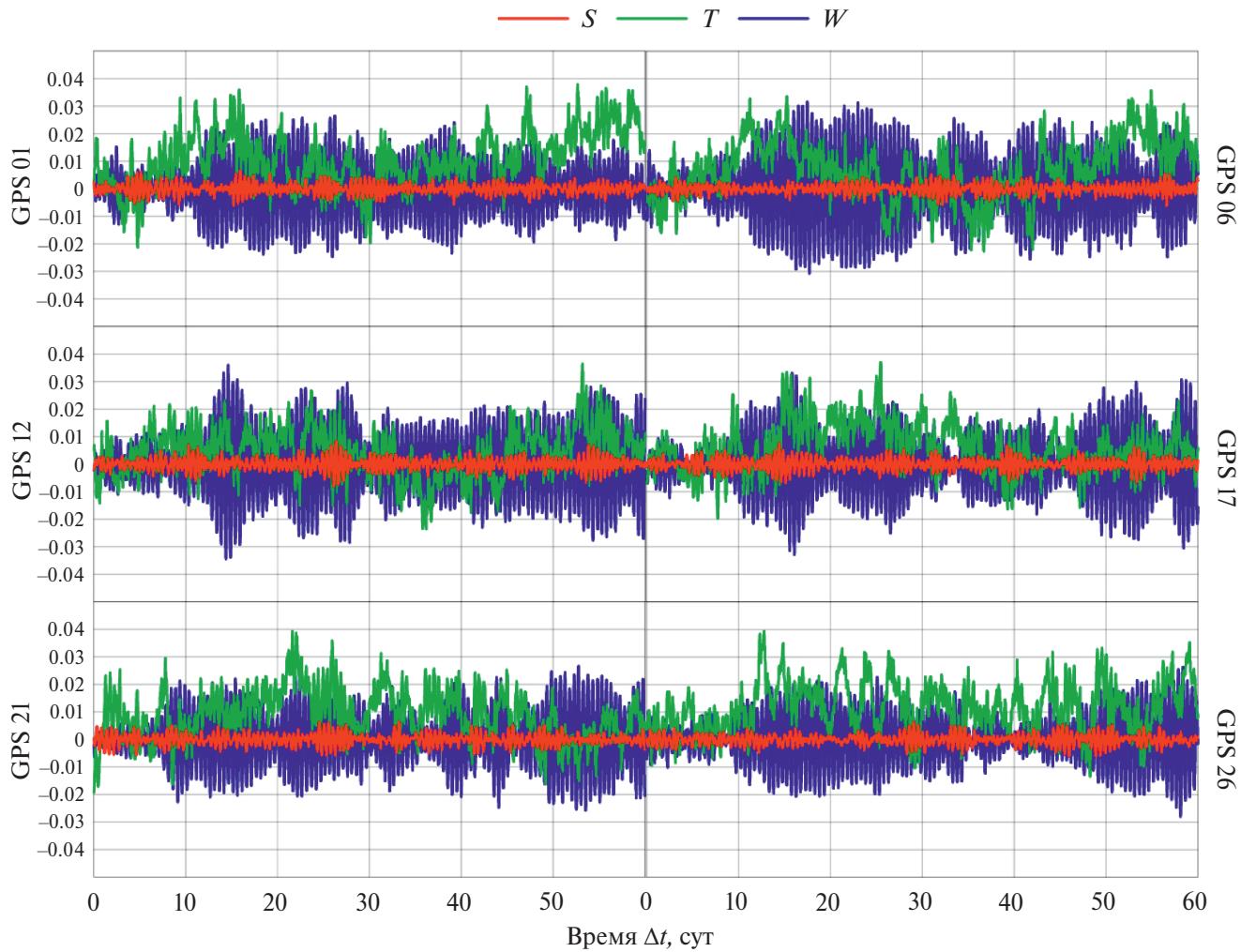


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, но без влияния светового давления

к ослаблению. Минимальная длительность мерного интервала, за который надежно определяются параметры светового давления, — два витка, т.е. сутки. Таким образом, односуточный мерный интервал можно рассматривать как оптимальный при обработке МСИ в условиях автонавигации.

На рис. 4 показаны ошибки эфемерид, уточняемых по МСИ на односуточном скользящем мерном интервале. Как видно из рисунка, ошибки ограничены и остаются в пределах метра. Вдоль радиального направления ошибки не превышают нескольких сантиметров. Для остальных составляющих прослеживается начальное линейное возрастание ошибок на первых 15 сут, после чего деградация эфемерид фактически отсутствует. Происходит “самонастройка” моделируемой ГНСС, в результате чего ошибки стабилизируются.

Следует заметить, что для НКА GPS 21 и 26 значения ошибки вдоль орбиты большую часть времени устойчиво держатся около 70 см, при этом значения ошибки по бинормали для них меньше, чем для НКА других плоскостей. В свою очередь, последние имеют меньшие ошибки вдоль орбиты. Так как все НКА связаны друг с другом посредством МСИ, можно говорить, что в условиях автонавигации НКА пятой и шестой плоскостей через МСИ “оттягивают” на себя ошибки в положениях других НКА, что проявляется в увеличении ошибок перпендикулярно орбитальным плоскостям. В то же время такое различное поведение отклонений по бинормальной и трансверсальной составляющим для разных орбитальных плоскостей может быть также связано с влиянием лунно-солнечных возмущений.

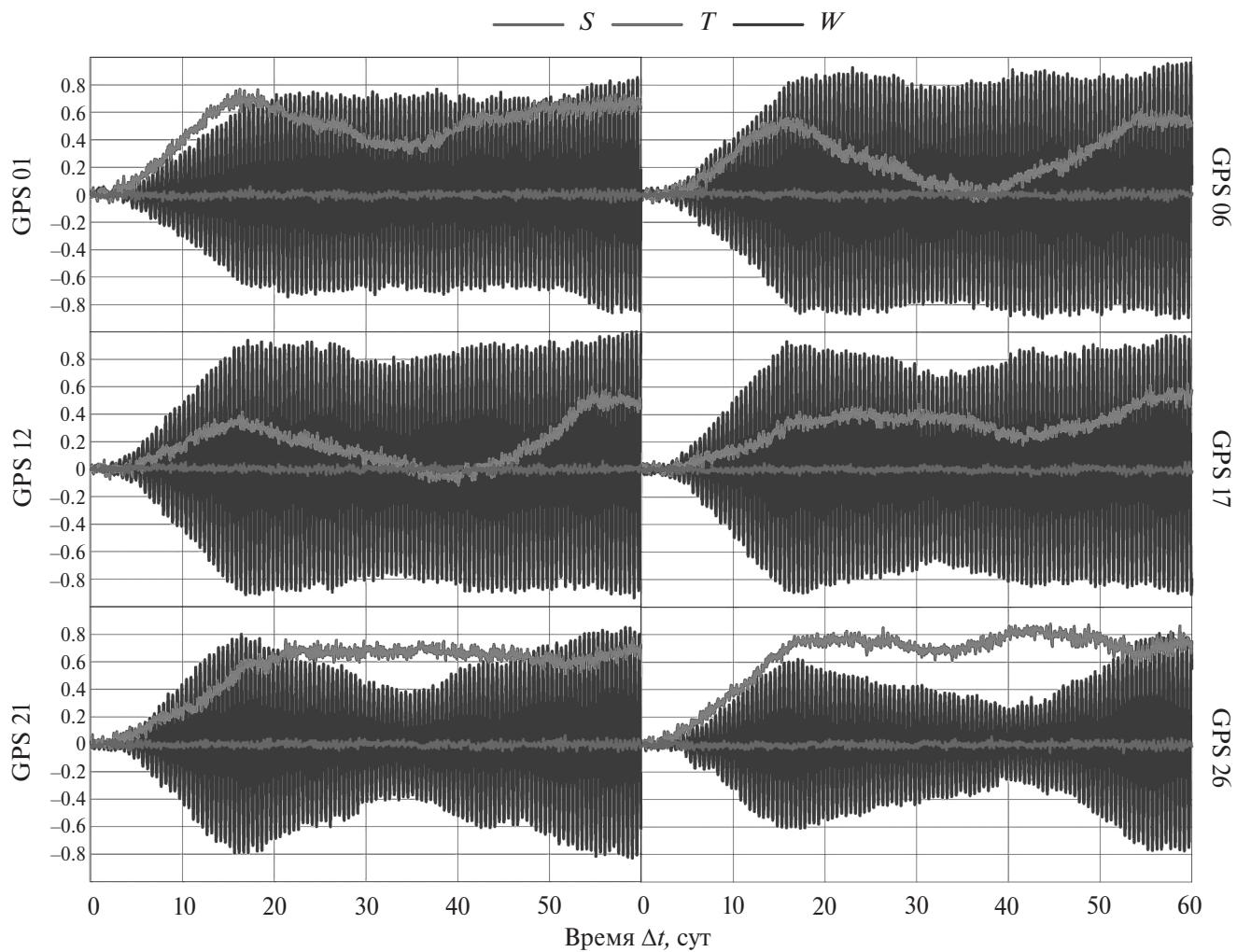


Рис. 4. То же, что и на рис. 2, но с односуточным скользящим мерным интервалом

Далее были проанализированы другие обстоятельства процесса уточнения эфемерид по МСИ, а именно: объем измерений, их точность, частота выполнения операции уточнения. При исследовании влияния объема состава МСИ варьировалась плотность выборки путем изменения периода между двумя последовательными измерениями. Установлено, что точность параметров обратно пропорциональна корню квадратному от количества измерений. Так, если требуется повысить параметрическую точность в 2 раза, объем МСИ необходимо увеличить в 4 раза. Между тем параметрическая точность прямо пропорциональна среднеквадратической ошибке измерений дальностей, если случайные ошибки МСИ распределены по нормальному закону с нулевым математическим средним. Что касается частоты обновления параметров

по МСИ в условиях автонавигации, максимальный интервал в режиме прогноза без уточнения эфемерид, при котором сохраняется субметровая точность, составляет 1–2 ч. Увеличение этого интервала от 3 до 8 ч ведет к значительному ухудшению точности эфемерид от нескольких метров до нескольких сот метров. При интервалах более 8 ч параметрические ошибки стремительно возрастают и становятся настолько большими, что уже через несколько обновлений параметров итерационный процесс уточнения эфемерид расходится. В то же время более частое обновление параметров (менее 1 ч) не приводит к повышению точности эфемерид.

В реальных условиях имеет место накопление систематических ошибок вследствие различных факторов: неоднозначности определения фазового центра антенн аппаратуры межспутниковых

измерений относительно центра масс НКА, изменение медленноменяющейся составляющей аппаратурной погрешности вследствие колебаний температуры, изменения свойств материалов с течением времени и т.д. Несмотря на малость таких ошибок, их наличие в процессе автонавигации приводит к систематическому смещению параметрических оценок. На рис. 5 показана деградация эфемерид при наличии в МСИ постоянных ошибок. Они моделировались в начале эксперимента случайно для каждой пары НКА по нормальному закону с нулевым математическим средним и среднеквадратичным отклонением 30 см. Как видно, точность эфемерид значительно ухудшается со временем (либо по трансверсальной составляющей, либо по бинормальной): сначала на первом 30-суточном интервале автонавигации ошибки эфемерид остаются в пределах 10 м, однако уже в конце

следующего 30-суточного интервала они превышают 15 м.

Влияние постоянных ошибок МСИ можно ослабить, если в начале каждого уточнения эфемерид предварительно оценивать их вклад по среднему смещению невязок в дальностях взаимодействующих пар НКА на текущем мерном интервале, а затем при обработке МСИ непосредственно вычитать их оценки из измерений. На рис. 6 представлены результаты реализации такого подхода. Возрастание ошибок в эфемеридах удалось значительно уменьшить: деградация проявляется слабо, а максимальные величины ошибок для некоторых НКА едва достигают 2 м.

Точностные характеристики по орбитальным составляющим, рассматриваемые выше, для каждого НКА GPS определяют соответствующую им погрешность определения псеводальности от НКА до потребителя за счет

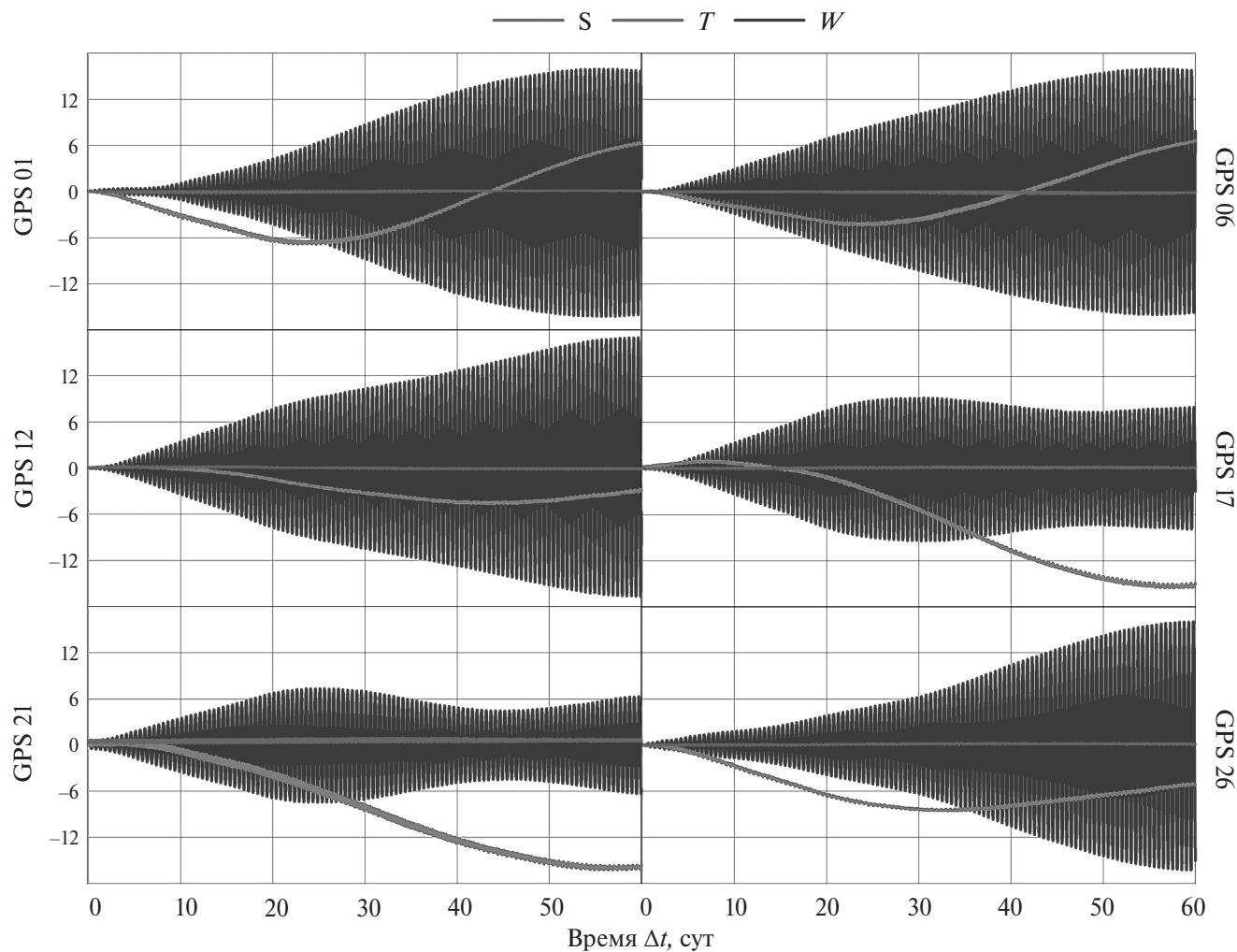


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, но с внесением постоянных систематических ошибок в МСИ дальностей

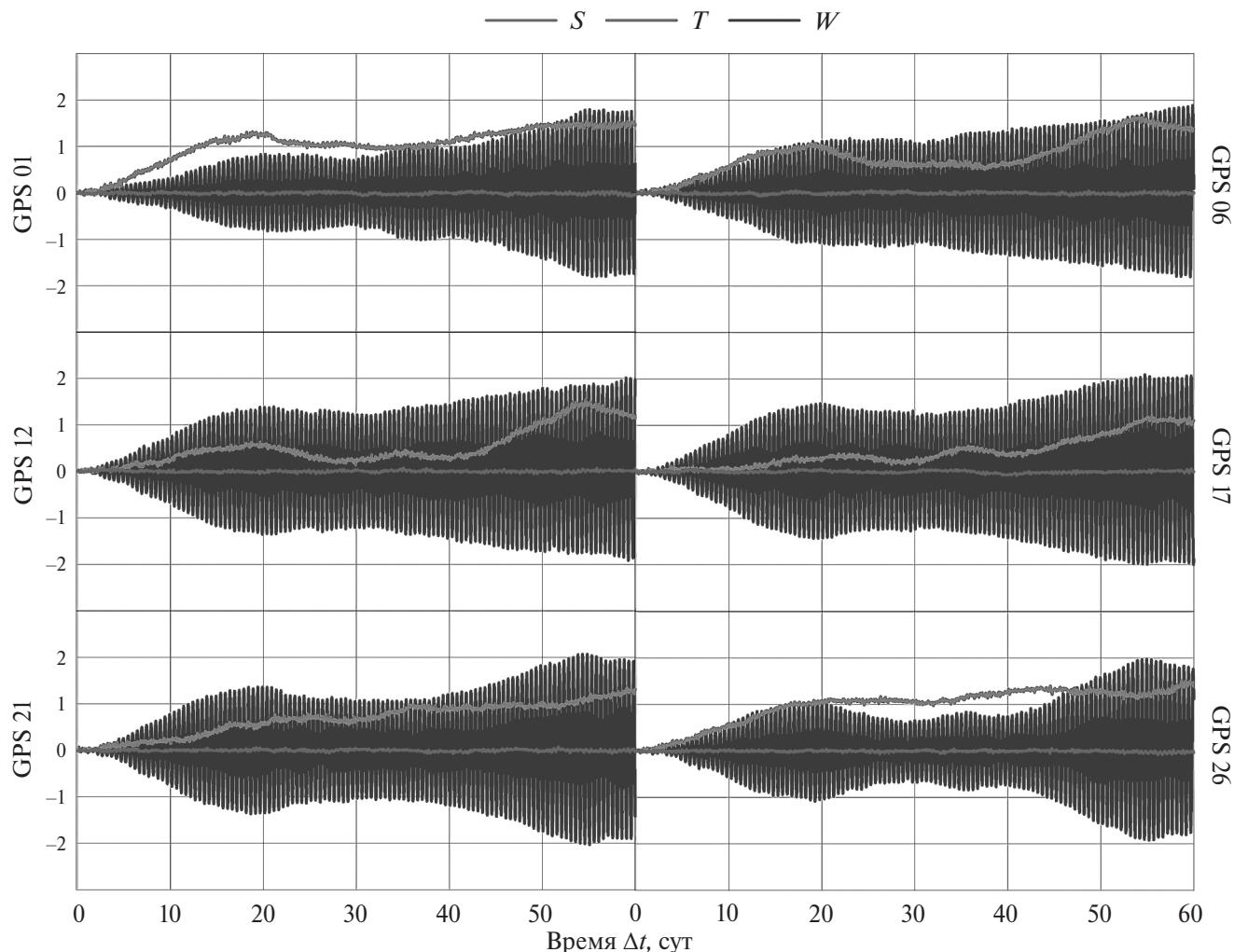


Рис. 6. То же что и на рис. 5, но с демпфированием систематических ошибок МСИ дальностей путем их коррекции с вычитанием средних невязок за мерный интервал

космического сегмента SIS URE без учета погрешности частотно-временных поправок, которая оценивается по формуле [16]

$$\text{SIS URE} = \sqrt{(0.98\Delta S)^2 + 0.19^2(\Delta T^2 + \Delta W^2)},$$

где ΔS , ΔT и ΔW — радиальная, трансверсальная и бинормальная составляющие ошибки рассчитываемой эфемериды. По итоговым результатам рис. 6, показатель SIS URE для всех НКА GPS составил 44–46 см. Учитывая монотонность деградации эфемерид, можно полагать, что за полгода автонавигации SIS URE достигнет почти 1.5 м.

Все точностные характеристики, представленные выше, получены для рассчитываемых на борту эфемерид в неподвижной координатной системе. Однако наземный потребитель принимает координаты каждого НКА во вращающейся

координатной системе, которые получаются из бортовых эфемерид путем преобразования вращения с использованием прогнозируемых значений параметров вращения Земли (ПВЗ), рассчитываемых бортовыми моделями ПВЗ [17]. В условиях автонавигации, без обновления параметров бортовых моделей ПВЗ, со временем ошибки прогноза ПВЗ неограниченно увеличиваются и с некоторого момента вызываемые ими ошибки принимаемых пользователем координат НКА становятся заметно больше ошибок эфемерид, рассчитываемых на борту НКА в неподвижной системе координат.

На рис. 7 показаны ошибки прогнозирования ПВЗ с использованием бортовых моделей на 60-суточном интервале от 1.1.2021 г. Параметры бортовых моделей ПВЗ получены в результате согласования с данными Международной службы вращения Земли (www.iers.org) на оптималь-

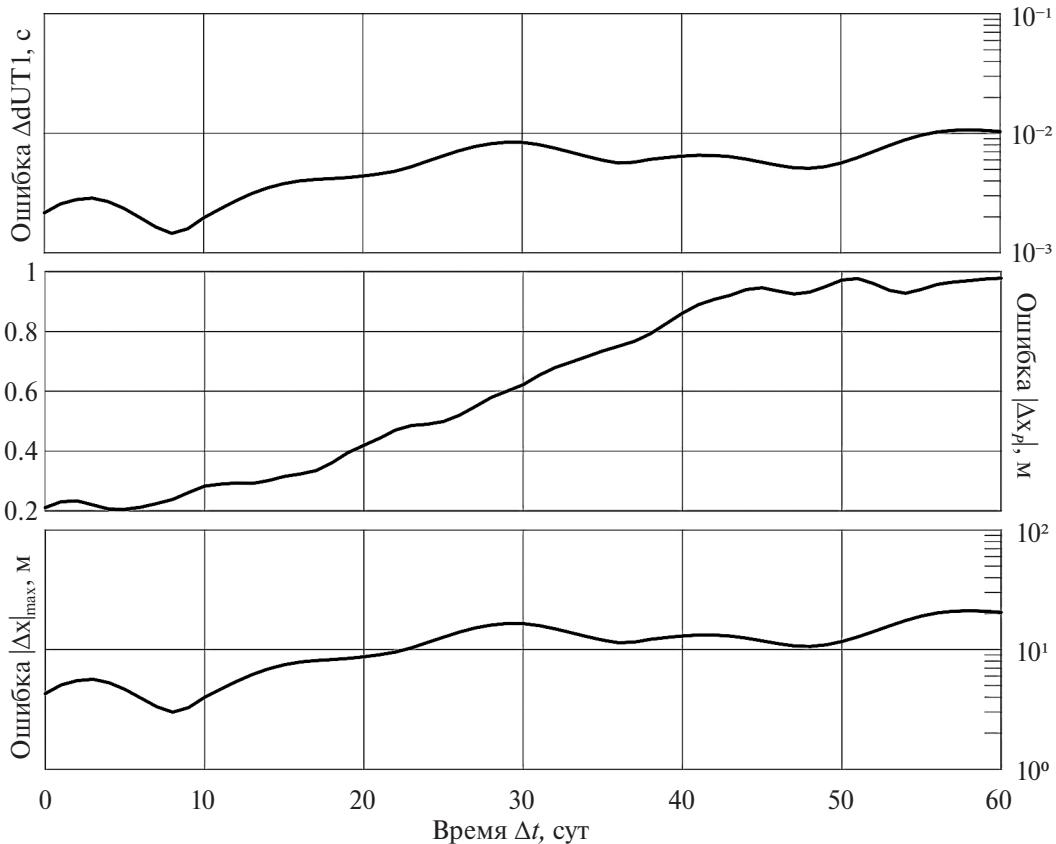


Рис. 7. Ошибки прогнозирования временной поправки $\Delta dUT1$, положения полюса на поверхности Земли Δx_p и максимально возможная ошибка в положении НКА $|\Delta x|_{\max}$ вызванная ошибками прогнозирования ПВЗ

ных интервалах предыстории: 300 сут для временной поправки $dUT1$ и 500 сут для положения полюса x_p на поверхности Земли. Здесь также приведена величина максимально возможной ошибки в положении НКА, вызванная ошибками прогнозирования ПВЗ. Она оценивалась как $|\Delta x|_{\max} = a \|A_{\text{pr}} - A_{\text{in}}\|$, где $a = 26560$ км — средняя большая полуось по орбитальной группировке GPS; A_{pr} и A_{in} — матрицы вращения с прогнозированными ПВЗ и интерполированными по данным Международной службы вращения Земли соответственно; $\|\cdot\|$ — спектральная норма матрицы.

При сопоставлении точностных характеристик на рис. 7 видно, что ошибка положения НКА $|\Delta x|_{\max}$, главным образом, обусловлена неточностью прогнозирования временной поправки ($\Delta dUT1$), и в течение 10 сут удается удерживать ошибку в положении НКА в пределах 5 м. Следовательно, для получения координат НКА с ошибкой до 5 м требуется регулярное переопределение параметров бортовых моделей ПВЗ с использованием новых данных Международной

службы вращения Земли, по меньшей мере, три раза в месяц.

Следует заметить, что максимально возможная ошибка в положении НКА $|\Delta x|_{\max}$, обусловленная неточностью прогнозирования временной поправки $dUT1$, достигается в плоскости экватора, в то время как при отдалении широты НКА ϕ от экватора к полюсам она стремится к нулю пропорционально $\cos \phi$. Однако даже при максимальной широте НКА GPS $\phi = 55^\circ$ ($\cos 55^\circ \approx 0.57$) ошибка временной поправки все равно будет доминировать над ошибкой положения полюса с точки зрения их влияния на позиционную точность НКА во вращающейся системе координат.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно заключить, что задача уточнения эфемерид по МСИ на скользящем мерном интервале в условиях автонавигации для GPS решаема с приемлемой для практического применения

точностью. Подбором длительности мерного интервала удается парировать деградацию эфемерид, вызванную систематическими ошибками вследствие, главным образом, нефизичности эмпирической модели светового давления. Так, оптимальная длительность мерного интервала составляет одни сутки или два витка НКА GPS, на котором достигается субметровая точность. Наличие постоянных систематических ошибок измерений в условиях автонавигации приводит к сильной деградации эфемерид, однако на этапе уточнения параметров они могут быть оценены по средним смещениям невязок, что позволяет скорректировать МСИ перед их обработкой. При таком подходе деградация ослабевает и почти за два месяца ошибки эфемерид достигают 2 м, что при пересчете в показатель SIS URE составляет не более полуметра, а соответственно за полгода не более полутора метров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FSWM-2024-0005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ananda M.P., Bernstein H., Bruce R.W. et al.* Autonomous Navigation of the Global Positioning System Satellite // AIAA Guidance and Control Conference. Seattle, Washington, USA. August 20–22, 1984. P. 321–327.
2. *Codik A.* Autonomous Navigation of GPS Satellites: A Challenge for the Future // J. Institute of Navigation. 1985. V. 32(3). P. 197–216.
3. *Ananda M.P., Bernstein H., Feess W.A. et al.* Global Positioning System (GPS) Autonomous User System // J. Institute of Navigation. 1988. V. 35(2). P. 197–216.
4. *Zhu J., Li H., Li J. et al.* Performance of dual one-way measurements and precise orbit determination for BDS via inter-satellite link // Open Astronomy. 2022. V. 31. P. 276–286.
5. *Tapley B.D., Schutz B.E., Born G.H.* Statistical Orbit Determination. Elsevier, 2004. 547 p.
6. *Kwan P.* NAVSTAR GPS Space Segment/Navigation User Segment Interfaces / IS-GPS-200K, 2019.
7. *Rajan J.A.* Highlights of GPS II-R Autonomous Navigation // Proc. 58th Annual Meeting of The Institute of Navigation and CIGTF 21st Guidance Test Symposium. Albuquerque, NM, 2002. P. 354–363.
8. *Ananda M.P., Bernstein H., Cunningham K.E. et al.* Global positioning system (GPS) autonomous navigation // IEEE Symposium on Position Location and Navigation. Las Vegas, Nevada, USA, March 20, 1990. P. 497–508.
9. *Sorenson H.W.* Least squares estimation: from Gauss to Kalman // IEEE Spectrum. 1970. V. 7(7). P. 63–68.
10. *Авдоюшев В.А., Бордовицьна Т.В., Батурина А.П. и др.* Численное моделирование орбитального движения геосинхронных объектов по данным позиционных наблюдений // Астрон. вест. 2022. Т. 56. № 5. С. 344–355.
11. *Авдоюшев В.А.* Новый коллокационный интегратор для решения задач динамики. I. Теоретические основы // Изв. вузов. Физика. 2020. Т. 63. № 11. С. 131–140.
12. *Авдоюшев В.А.* Коллокационный интегратор Lobbie в задачах орбитальной динамики // Астрон. вест. 2022. Т. 56. № 1. С. 36–46.
13. *Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C. et al.* The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) // J. Geophysical Research: Solid Earth. 2012. V. 117(B4). P. 1–38.
14. *Folkner W.M., Park R.S.* Planetary ephemeris DE438 for Juno // Tech. Rep. IOM 392R-18-004. Pasadena, CA: Jet Propulsion Laboratory, 2018.
15. *Бурдин И.А.* Методика построения высокоточной согласующей модели радиационного давления навигационных космических аппаратов системы ГЛОНАСС: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.07.09. М., 2019. 22 с.
16. *Ghassemi K., Fisher S.C.* Performance Projections of GPS IIF // Proc. 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1997). Kansas City, MO, USA. September 1997. P. 407–415.
17. *Барченев В.А., Гречкоев А.К., Козорез Д.А. и др.* Современные и перспективные информационные ГНСС-технологии в задачах высокоточной навигации. Физматлит, 2014. С. 192.

INVESTIGATION OF THE ACCURACY OF NAVIGATION SPACECRAFT ONBOARD EPHEMERIDES DETERMINED FROM INTER-SATELLITE MEASUREMENTS ON A MOVING TIME SPAN IN AUTONOMOUS NAVIGATION CONDITIONS

© 2025 V. A. Avdyushev^{1,*}, D. L. Baskhaev¹, T. A. Marareskul², D. S. Muratov²,
N. A. Popandopulo²

¹ Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University, Tomsk, Russia

² JSC "Academician M.F. Reshetnev "Information Satellite Systems", Zheleznogorsk, Russia

*e-mail: sch@niipmm.tsu.ru

In this paper is considered the problem of autonomous navigation of the global navigation satellite system using inter-satellite measurements (ISMs) on a moving time interval. The accuracy of the ephemerides of GPS navigation spacecrafts in the conditions of auto-navigation is investigated depending on the circumstances of ISMs. In particular, it is shown that autonomous navigation for almost two months makes it possible to provide consumers with GPS ephemerides of the submeter accuracy level (SIS URE).