

УДК 521.1, 52.35, 629.783

АНАЛИЗ ОКОЛОЛУННЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ СТРУКТУР ДЛЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКОГО СЕГМЕНТА ГЛОБАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ НА ЛУНЕ

© 2025 г. В. А. Авдюшев*, Н. А. Попандопуло

*Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, Томск, Россия*

**e-mail: sch@niipmm.tsu.ru*

Поступила в редакцию 10.10.2024 г.

После доработки 10.01.2025 г.

Принята к публикации 11.01.2025 г.

На основании результатов численного моделирования и исследования орбитальных структур в окололунном динамическом пространстве в настоящей статье предлагается оригинальная орбитальная группировка лунной глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) на квазизамороженных высокоэллиптических и сильнонаклонных орбитах. Предлагаемая группировка обладает структурной устойчивостью и обеспечивает эффективное навигационное покрытие. Поиск такой конфигурации лунной ГНСС осуществлялся путем варьирования позиционных орбитальных элементов в широких диапазонах: большая полуось от 4 до 12 радиусов Луны, эксцентриситет от 0 до 0.7, и наклонение от 40° до 65° .

DOI: 10.31857/S0023420625040053, EDN: QNLRVO

1. ВВЕДЕНИЕ

Создание глобальной навигационной спутниковой системы (ГНСС) на Луне — одна из основных задач российской лунной программы [1] на третьем этапе после 2035 г. Лунная ГНСС должна включать навигационные космические аппараты (НКА) на околоземных орбитах [2], а также сеть НКА на окололунных орбитах [3].

При проектировании окололунной орбитальной группировки (ОГ) ГНСС одними из основных критериев выступают устойчивость ОГ и максимальная видимость ее НКА на всей поверхности Луны. Для конструирования таких ОГ обычно рассматривают [4]: 1) орбиты Уокера¹ [5]; 2) высокоэллиптические замороженные орбиты [6, 7]; 3) гало-орбиты [8–10].

Особенность окололунного динамического пространства такова, что орбитальная группировка ГНСС типа ГЛОНАСС или GPS (со звезда Уокера) на Луне с почти круговыми, но сильно наклонными орбитами оказывается

невозможной вследствие гравитационного влияния Земли на движение НКА. Эффект Лидова — Козаи [11–14], обусловленный притяжением планеты, при большом наклонении окололунной орбиты приводит к настолько значительному увеличению ее эксцентриситета, что в итоге любой НКА ГНСС типа ГЛОНАСС или GPS будет всегда сталкиваться с Луной. В то же время в теории Лидова — Козаи имеются стационарные решения, так называемые замороженные (эллиптические) орбиты [4, 6, 7], которые можно использовать для проектирования орбитальной группировки лунной ГНСС.

На основании результатов численного моделирования и исследования орбитальных структур в окололунном динамическом пространстве в настоящей статье предлагается оригинальная лунная ГНСС на квазизамороженных высокоэллиптических и сильнонаклонных орбитах. На множестве рассматриваемых орбит предлагаемая ОГ является оптимальной в плане структурной устойчивости и видимости ее НКА на поверхности Луны. Под оптимальной понимается ОГ, конфигурация которой одновременно удовлетворяет двум ключевым требованиям:

¹ Модель глобального покрытия и многоплоскостности, широко применяемая для околоземных ГНСС.

- минимальные возмущения в эксцентриситете и наклонении в течение срока активного существования ОГ (структурная устойчивость);
- максимальная плотность навигационного покрытия ГНСС всей поверхности Луны.

В отличие от исследований других авторов [6, 7] по построению ОГ лунной ГНСС с применением квазизамороженных высокоэллиптических и сильнонаклонных орбит, в настоящей работе подбор оптимальной ОГ выполняется на многочисленном множестве вариантов орбит (включая стационарные решения Лидова – Козаи) в широком диапазоне позиционных орбитальных элементов. При этом устойчивость ОГ исследуется на длительных интервалах времени до 10 лет на основе высокоточного численного моделирования орбитального движения лунных НКА.

2. ЭФФЕКТ И РЕЗОНАНС ЛИДОВА – КОЗАИ

Механизм Лидова – Козаи [11–14] является особенностью тройных систем небесных тел, где одно тело (исследуемое) с бесконечно малой массой движется в гравитационном поле другого тела с доминирующей массой и возмущается притяжением третьего массивного, но достаточно удаленного тела. Эффект Лидова – Козаи — это вековое явление в движении возмущаемого небесного тела, которое характеризуется как долгопериодические изменения эксцентриситета и наклонения орбиты с чрезвычайно большими амплитудами.

Эффект Лидова – Козаи хорошо описывается двукратно усредненной возмущенной задачей двух тел, где тело с доминирующей массой представляется центральным, т.е. помещено в начало координатной системы, а удаленное возмущающее тело движется по круговой орбите. В то же время решение этой задачи может быть пригодным для приближенного описания долгосрочной эволюции орбит искусственных спутников Земли, которые возмущаются Луной, или космических аппаратов Луны, которые возмущаются Землей.

Усредненные уравнения движения исследуемого тела имеют сохраняющуюся величину — третью компоненту орбитального углового момента L . Она может быть выражена через эксцентриситет e и наклонение I относительно орбитальной плоскости возмущающего тела:

$$L^2 = (1 - e^2) \cos^2 I = \text{const.} \quad (1)$$

Следовательно, изменения эксцентриситета и наклонения взаимосвязаны: если эксцентриситет возрастает, наклонение убывает, и наоборот. Таким образом, почти круговые и сильно наклонные орбиты могут стать очень вытянутыми, а поскольку увеличение эксцентриситета при сохранении большой полуоси уменьшает перицентрическое расстояние, эффект Лидова – Козаи способен привести к столкновению исследуемого тела с центральным (рис. 1).

Между тем колебания Лидова – Козаи имеют место, только если начальное наклонение I больше критического значения

$$I_C = \arccos \sqrt{3/5} \approx 39.2^\circ \quad (2)$$

и меньше $180^\circ - I_C$. В этих случаях существует L -параметрическое семейство орбитальных решений с долгопериодическими величинами e и I . Следует заметить, что критическое значение зависит от отношения больших полуосей исследуемого a и возмущающего a_p небесных тел. Значение (2) соответствует бесконечно малому отношению. Однако если его устремить к единице, критическое значение уменьшится вплоть до $I_C \approx 20^\circ$ [12].

Период колебаний Лидова – Козаи (период Козаи) в оборотах исследуемого тела задается формулой [11]:

$$T_{LK} \approx \frac{a_p^3}{a^3} \frac{\mu}{\mu_p}, \quad (3)$$

где μ и μ_p — гравитационные параметры центрального и возмущающего тел, a и a_p — большие полуоси исследуемого и возмущающего тел. Как видно, период Козаи (в среднем) обратно пропорционален прямому гравитационному влиянию возмущающего тела. При уменьшении гравитационного параметра μ_p и при увеличении большой полуоси a_p период Козаи увеличивается, хотя эффект Лидова – Козаи сохраняется.

Амплитуду изменения эксцентриситета, его максимальное значение при начальном нулевом, можно оценить как [14]:

$$e_{\max} = \sqrt{1 - \frac{5}{3} \cos^2 I_{\max}}, \quad (4)$$

где максимальное значение наклонения I_{\max} фактически будет его начальным значением I_0 . Формула (4) дает достаточно хорошую оценку, в особенности для больших максимальных

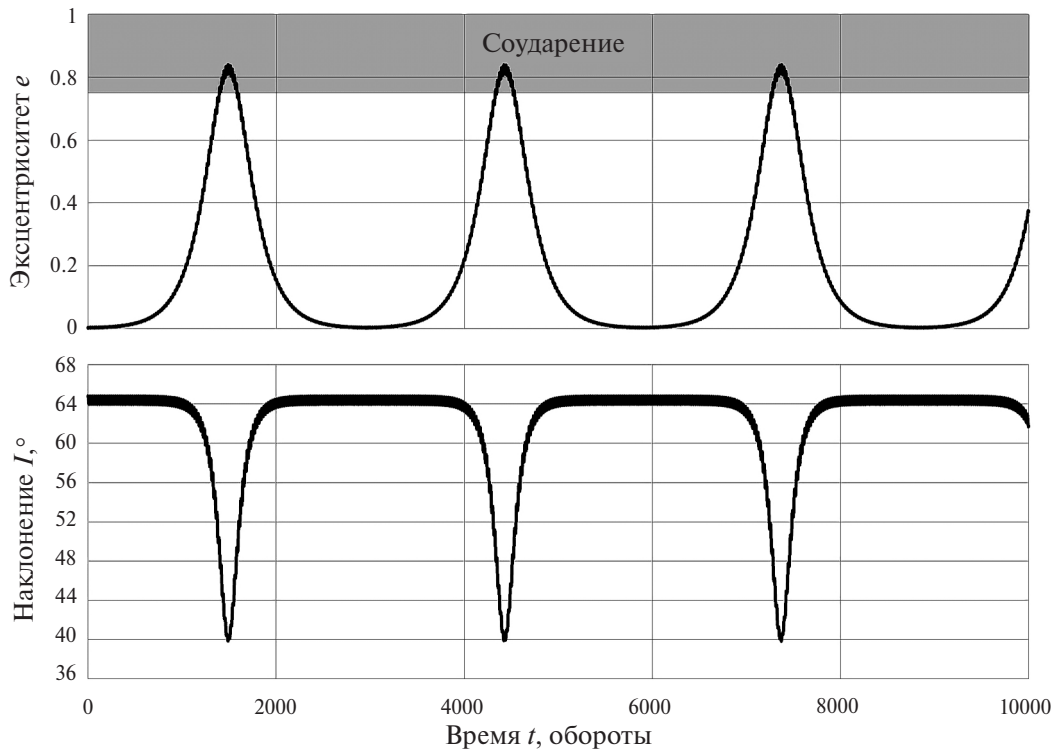


Рис. 1. Эволюция эксцентриситета e и наклоения I орбиты окололунного НКА типа ГЛОНАСС с большой полуосью $a = 6952 \text{ км} = 4R_M$ (R_M — радиус Луны): результаты численного моделирования орбитального движения окололунного НКА в гравитационном поле Луны и Земли, которые рассматриваются как материальные точки. Наклонение представлено относительно плоскости луноцентричной орбиты Земли. Серым цветом показана область критических значений эксцентриситета, при которых происходили бы соударения с Луной

значений эксцентриситета, хотя справедлива она лишь для больших наклоений $I_{\max} > I_C$.

Из интеграла (1) и формулы (4) можно оценить минимальное значение наклоения I_{\min} . В частности, если исследуемое тело стартует на круговой орбите, то $I_{\min} = I_C$. Таким образом, наклонение изменяется в диапазоне $I \in [I_C, I_0]$.

Несмотря на то что удаленное массивное тело может вызывать значительные возмущения в орбитальных элементах исследуемого тела, в теории Лидова – Козаи имеются стационарные решения

$$\begin{aligned} a = \text{const}, \omega = \pm 90^\circ, 1 - e^2 = L\sqrt{5/3}, \\ \cos^2 I = L\sqrt{3/5}, \end{aligned} \quad (5)$$

где ω — аргумент перицентра исследуемого тела. При значениях орбитальных элементов, близких к стационарным, их решения осциллируют с периодом Козаи. Ввиду схожести с либрационными возмущениями, возникающими при орбитальных резонансах, это явление называют

резонансом Лидова – Козаи, а стационарные решения — точным резонансом Лидова – Козаи.

Стационарные решения существуют только в усредненной задаче, где возмущающее тело совершает движение по круговой орбите. Тем не менее в более сложных практических задачах при высокоточном моделировании возмущения в орбитальных элементах около стационарных решений (5) оказываются достаточно малыми, что в действительности является прямым следствием теоретического резонанса Лидова – Козаи.

3. ВЫБОР УГЛОВЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГНСС

Выбор конфигурации лунной ГНСС основывается на необходимости обеспечения непрерывной видимости спутникового созвездия ОГ с поверхности Луны. Для этого предлагается ГНСС с 24 НКА на шести эллиптических орбитах (четыре равномерно распределенных по

Таблица 1. Орбитальные параметры Ω , ω , M лунной ГНСС

Орбитальная группировка	ω , °	Ω , °	M , °
Северная	270	0	0, 90, 180, 270
		120	30, 120, 210, 300
		240	60, 150, 240, 330
Южная	90	60	0, 90, 180, 270
		180	30, 120, 210, 300
		300	60, 150, 240, 330

средней аномалии НКА на каждой орбите): две тройки орбит с аргументами перигея $\omega = 270^\circ$ и 90° для обслуживания, главным образом, северного и южного полушарий Луны соответственно (табл. 1). Схематическое расположение орбит ГНСС представлено на рис. 2.

Все шесть орбит являются высокоэллиптическими, что обеспечивает длительное пребывание спутников в окрестности апоцентра и, следовательно, регулярную видимость на значительной части поверхности Луны, особенно в полярных зонах. Выбор значений долготы восходящего узла обеспечивает равномерное распределение орбит вокруг Луны, что максимизирует покрытие зон обслуживания. В свою очередь, подбор величин средней аномалии для каждого

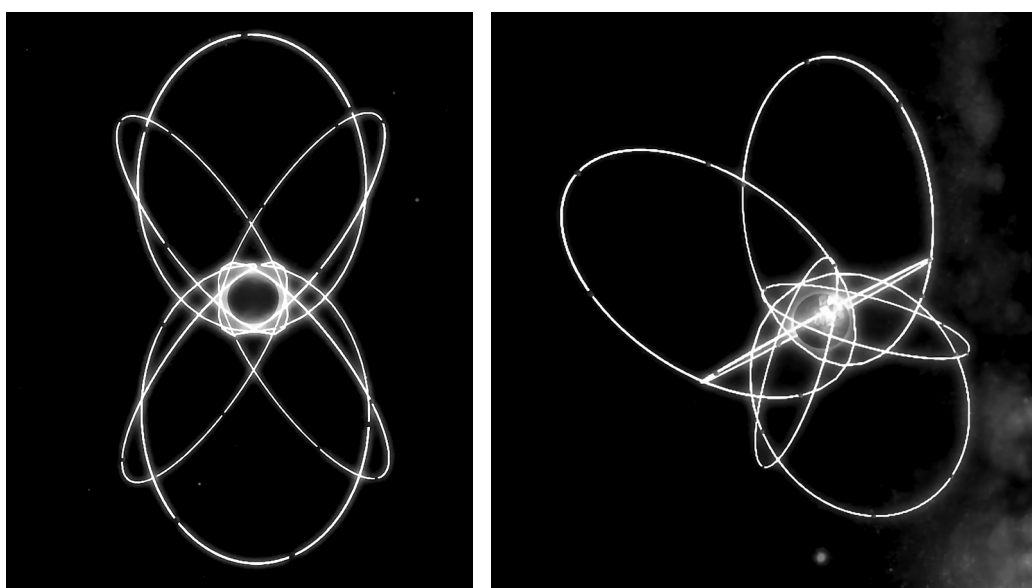
спутника на орбите позволяет поддерживать постоянное присутствие нескольких НКА в зоне видимости.

4. ВЫБОР ПОЗИЦИОННЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГНСС. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ОГ

На следующем этапе проектирования лунной ГНСС необходимо было определить позиционные орбитальные элементы ОГ, большую полуось, эксцентриситет и наклонение, которые бы минимизировали возмущения, в особенности в эксцентриситете и наклонении, и тем самым давали бы устойчивость орбит в течение длительного времени. Вместе с тем эти параметры также должны обеспечивать стабильное покрытие и оптимальную видимость НКА с поверхности Луны.

Исследование устойчивости ОГ лунной ГНСС выполнялось на основе численного моделирования движения окололунных НКА с использованием программного комплекса «Численная модель движения ИСЛ» [15]. В структуру моделируемых силовых факторов, влияющих на движение НКА, включены гравитационное поле Луны до гармоник 50-х порядка и степени [16], а также притяжение Земли и Солнца, рассматриваемых как материальные точки. Для расчета их положений использовались эфемериды DE438 [17].

Поскольку стационарные решения в теории Лидова – Козаи отнесены к координатной

**Рис. 2.** Лунная глобальная навигационная спутниковая система

системе, чья основная плоскость совпадает с орбитальной плоскостью возмущающего небесного тела, построение ОГ лунной ГНСС выполнялось в геоорбитальной луноцентрической системе координат. Ее ось абсцисс направлена на начальное положение Земли; ось аппликат перпендикулярна орбитальной плоскости Земли; а ось ординат дополняет систему до правой. Технически орты этой координатной системы e_1, e_2, e_3 задавались как

$$e_1 = \frac{x_0^E}{|x_0^E|}, \quad e_2 = e_3 \times e_1, \quad e_3 = \frac{x_0^E \times (x_1^E - x_0^E)}{|x_0^E \times (x_1^E - x_0^E)|},$$

где x_0^E и x_1^E — положения Земли на начальный и близкий к нему моменты времени.

Для поиска устойчивой конфигурации лунной ГНСС была рассчитана выборка эфемерид на 10-летнем временном интервале для каждой орбиты группировки с начальными позиционными элементами $I_0 \in [40^\circ, 65^\circ]$, $e_0 \in [0.0, 0.7]$ и $a_0/R_M \in \{4, 6, 8, 10, 12\}$. После расчета эфемерид получены оценки максимальных возмущений эксцентриситета и наклона орбит группировки относительно их начальных значений. Эти оценки позволяют подобрать начальную конфигурацию лунной ГНСС, орбитальные элементы которой изменялись бы в малых пределах на протяжении длительного интервала времени без необходимости орбитальной коррекции.

На рис. 3 показана зависимость максимальных возмущений эксцентриситета (Δe_{\max}) и наклона (ΔI_{\max}) от I_0 , e_0 и a_0 . Для компактного представления результатов здесь на картах показаны осредненные величины Δe_{\max} и ΔI_{\max} по шести НКА из каждой орбиты лунной ГНСС. Заметим, что величина ΔI_{\max} рассчитывалась в селеноэкваториальной системе координат. Для сопоставления с оценками возмущений на графиках рис. 3 также приведены стационарные решения теории Лидов – Козаи (5) (пунктирная кривая).

Приведенные на рис. 3 оценки показывают, что при больших полуосях $4R_M, 6R_M$ и $8R_M$ существуют области высокой устойчивости орбитальных параметров. В этих областях максимальное возмущение эксцентриситета не превышает 0.1, что является благоприятным показателем для долгосрочной стабильности орбит ГНСС. Однако колебания наклона до 12° могут оказать заметное влияние на видимость спутников с поверхности Луны. Следует отметить, что при больших полуосях $4R_M$ и $6R_M$ у орбит ГНСС с

большими наклонами продолжительность жизни менее 10 лет вследствие значительно роста эксцентриситета, приводящего к столкновению НКА с Луной. Такие области показаны на графиках с предельно максимальными значениями возмущений параметров. При больших полуосях $10R_M$ и $12R_M$ области высокой устойчивости ($e < 0.1, I < 12^\circ$) становятся значительно меньше по причине роста амплитуд колебаний орбитальных параметров. Отметим также, что области минимальных возмущений на всех графиках локализованы вблизи стационарных решений теории Лидова – Козаи.

5. ИССЛЕДОВАНИЕ ВИДИМОСТИ НАВИГАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

На каждой орбите ГНСС расположены четыре НКА, равномерно распределенные по средней аномалии. Это обеспечивает повторяемость созвездия НКА ГНСС через каждую четверть орбитального периода. Поэтому видимость НКА на поверхности Луны исследовалась только на первой четверти цикла от начальной эпохи. В качестве показателя видимости рассматривалось среднее количество видимых спутников, оцениваемое на плотной временной сетке с шагом $1/64$ орбитального периода.

На рис. 4 показан пример карты видимости НКА для лунной ГНСС с начальными позиционными элементами: $a_0 = 4R_M, e_0 = 0.4, I_0 = 40^\circ$. Карта построена по оценкам видимости НКА на сетке широт ϕ и долгот λ с шагом 1° . В легенде к графику представлена шкала среднего количества видимых спутников на поверхности Луны, а также в процентном отношении площадь областей с одинаковым количеством видимых НКА. При подсчете площадей по оценкам видимости НКА учитывалось, что элемент поверхности Луны $1^\circ \times 1^\circ$ на широте ϕ имеет площадь, приблизительно равную $(R_M \pi / 180)^2 \cos \phi$, при том, что площадь всей лунной поверхности как сферы равна $4\pi R_M^2$.

Эти оценки позволяют количественно определить, на каких участках Луны и с какой плотностью система НКА обеспечивает непрерывное навигационное покрытие. Например, из рис. 4 видно, что на более чем 60 % поверхности Луны одновременно видны в среднем 9–10 НКА. Минимальное количество видимых НКА — 7. Заметим, что вследствие медленного вращения Луны карты видимости не стационарны и смещаются с востока на запад приблизительно на 13.2° за

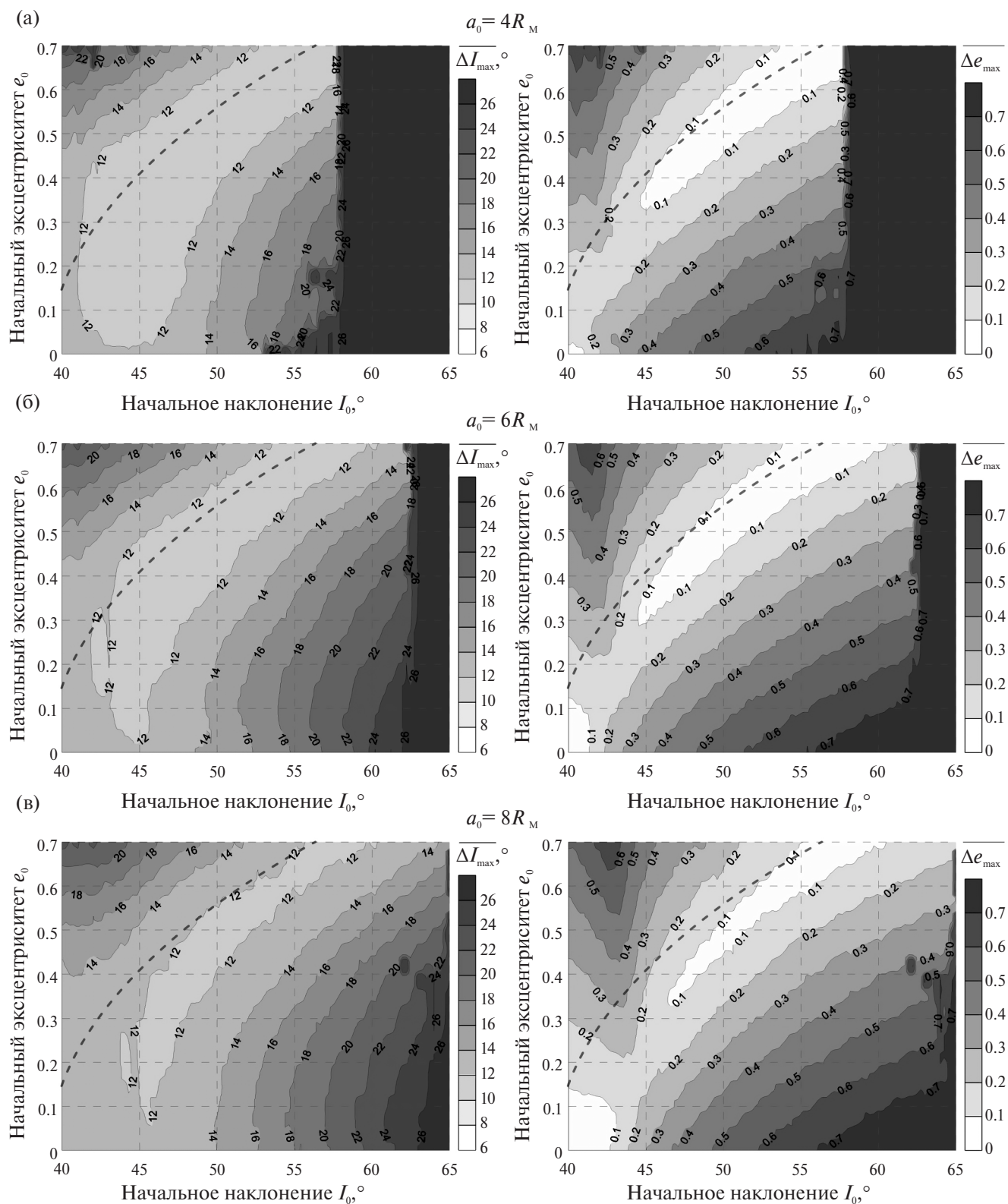


Рис. 3. Осредненные по шести орбитам оценки максимальных возмущений наклонения ΔI_{\max} и эксцентриситета Δe_{\max} в зависимости от начальных орбитальных параметров I_0 и e_0 при различных значениях большой полуоси a_0 : (а) $4R_M$, (б) $6R_M$, (в) $8R_M$, (г) $10R_M$, (д) $12R_M$

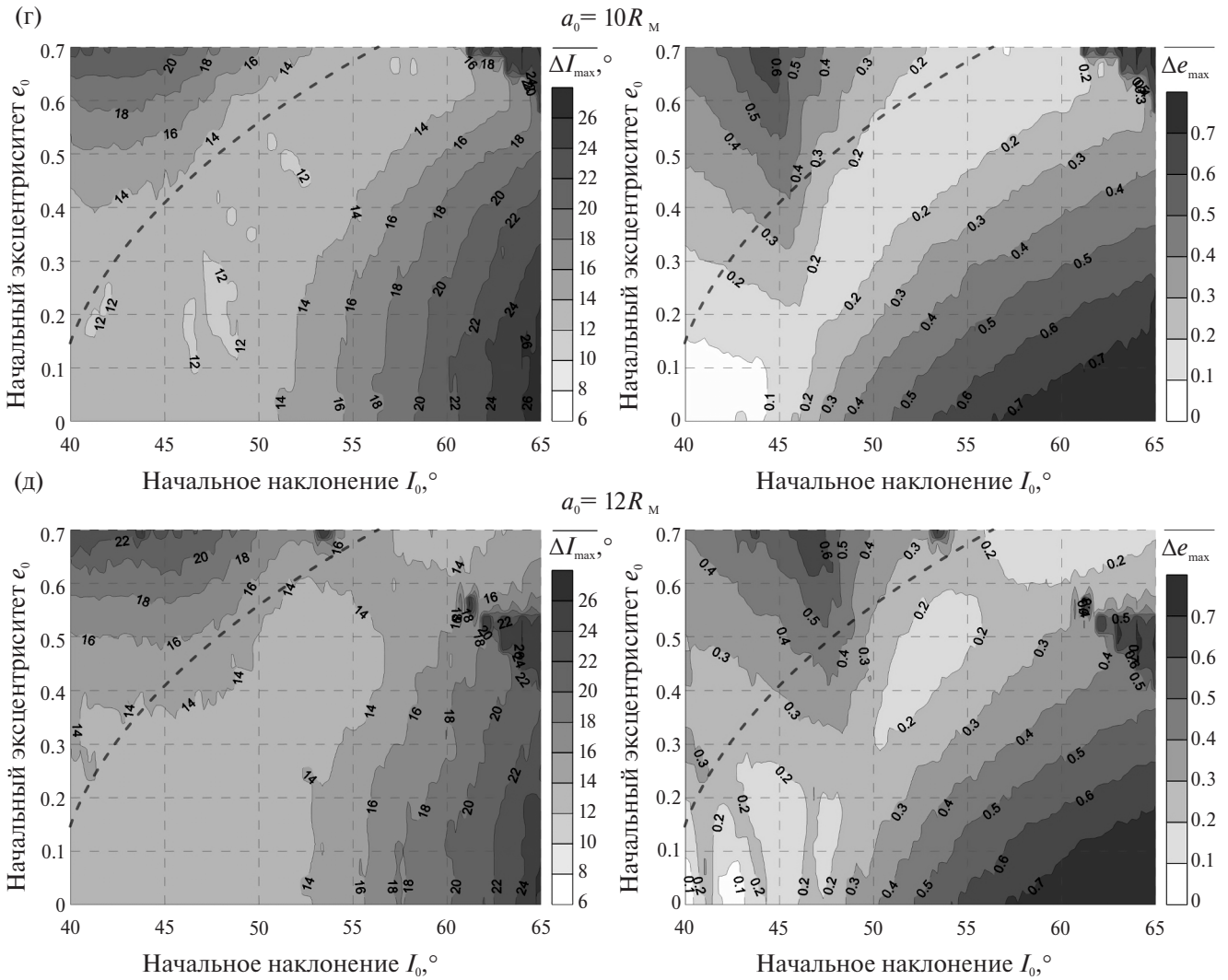


Рис. 3. Окончание

земные сутки. Таким образом, карты видимости НКА позволяют в процентном отношении от общей площади поверхности Луны интерпретировать качество покрытия и частоту одновременной видимости определенного числа НКА из всей группировки.

Видимость НКА лунной ГНСС исследовалась для тех же вариантов, которые рассматривались в разделе 4. На рис. 5 показаны оценки площади областей на поверхности Луны с одинаковым количеством видимых НКА в зависимости от a_0 , e_0 и I_0 . Над каждым графиком указано, какое среднее количество видимых НКА оценивалось и при каком значении a_0 .

Результаты моделирования, представленные на рис. 5 демонстрируют, что с увеличением высоты орбиты увеличивается количество одновременно видимых на поверхности Луны НКА. При

$a_0 = 4R_M$ количество видимых спутников варьируется от 8 до 10; при $6R_M$ и $8R_M$ — от 9 до 11; а при $10R_M$ и $12R_M$ — от 10 до 12 спутников, что отражает постепенное расширение покрытия с увеличением высоты орбиты.

Наиболее оптимальные конфигурации с точки зрения видимости при a_0 , равных $4R_M$ и $6R_M$, достигаются при больших величинах наклонения орбит и вблизи средних значений эксцентриситета. Для $8R_M$ и $10R_M$ наилучшее покрытие наблюдается при сочетании орбит близких к круговым и наклонных, а при $a_0 = 12R_M$ наибольшая плотность покрытия достигается при конфигурации ГНСС с наклонными высокоэллиптическими орбитами.

Следует также учитывать, что данные графики предоставляют количественные оценки покрытия, которые могут не всегда соответствовать

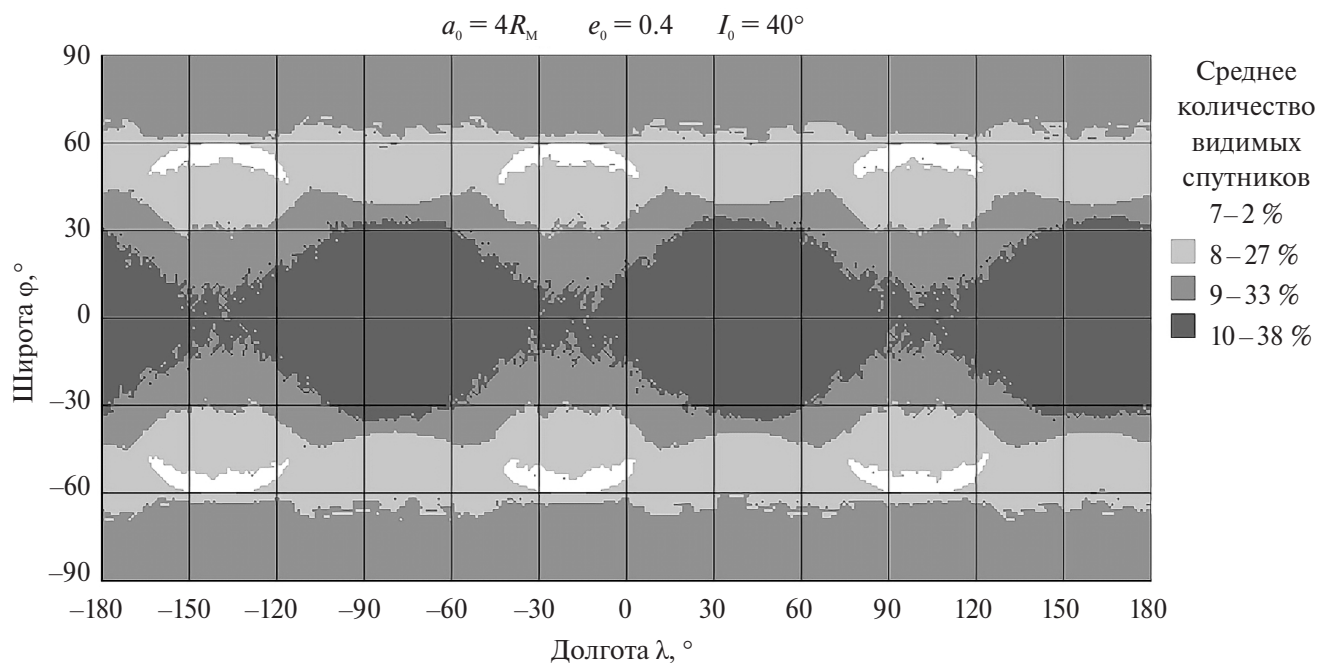


Рис. 4. Пример осредненной карты видимости для конфигурации лунной ГНСС: $a_0 = 4R_M$, $e_0 = 0.4$, $I_0 = 40^\circ$

навигационным требованиям для определенных областей поверхности Луны. Например, наиболее плотное покрытие поверхности Луны спутниками системы для некоторых конфигураций ГНСС может быть достигнуто в зонах, которые не представляют приоритет для выполнения поставленных задач. Поэтому при выборе конфигурации орбитальной группировки ГНСС необходимо учитывать не только количественные характеристики плотности покрытия, но и расположение областей с наибольшей видимостью, исходя из специфики задач навигационной системы.

6. ОПТИМАЛЬНАЯ КОНФИГУРАЦИЯ ЛУННОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

На основании анализа устойчивости ОГ лунной ГНСС (раздел 4) установлено, что для обеспечения устойчивости орбит НКА предпочтительнее использовать орбиты с большими полуосями от $4R_M$ до $8R_M$. Между тем анализ видимости НКА (раздел 5) показал, что оптимальное покрытие поверхности Луны достигается на орбитах с высокими значениями эксцентриситета и наклонения. Видимость НКА улучшается с увеличением большой полуоси, однако если она

превышает $8R_M$ ухудшается орбитальная устойчивость. Поэтому выбор оптимальной конфигурации лунной ГНСС ограничивается семейством высокоэллиптических и сильнонаклонных орбит с большими полуосями от $4R_M$ до $8R_M$.

Экспериментально подобраны оптимальные начальные позиционные орбитальные элементы лунной ГНСС: $a_0 = 8R_M$, $e_0 = 0.7$, $I_0 = 58^\circ$, при которых достигаются минимальные возмущения эксцентриситета за 10-летний интервал времени. Карта видимости для этой ГНСС показана на рис. 6.

Оценки в табл. 2 отражают, что даже при больших наклонениях и эксцентриситетах колебания остаются в допустимых пределах, что подтверждает устойчивость предложенной орбитальной конфигурации. Минимальные значения Δe_{\max} составляют 0.052, а максимальные — 0.073, что является удовлетворительным показателем для длительной стабильности орбиты. Колебания наклонения ΔI_{\max} варьируются от 8.76° до 13.85° , что также свидетельствует о приемлемом уровне стабильности орбит. Как показывает карта видимости для оптимальной конфигурации лунной ГНСС на рис. 6, в значительной области поверхности Луны одновременно видны 10 и 11 НКА, что обеспечивает высокий уровень покрытия.

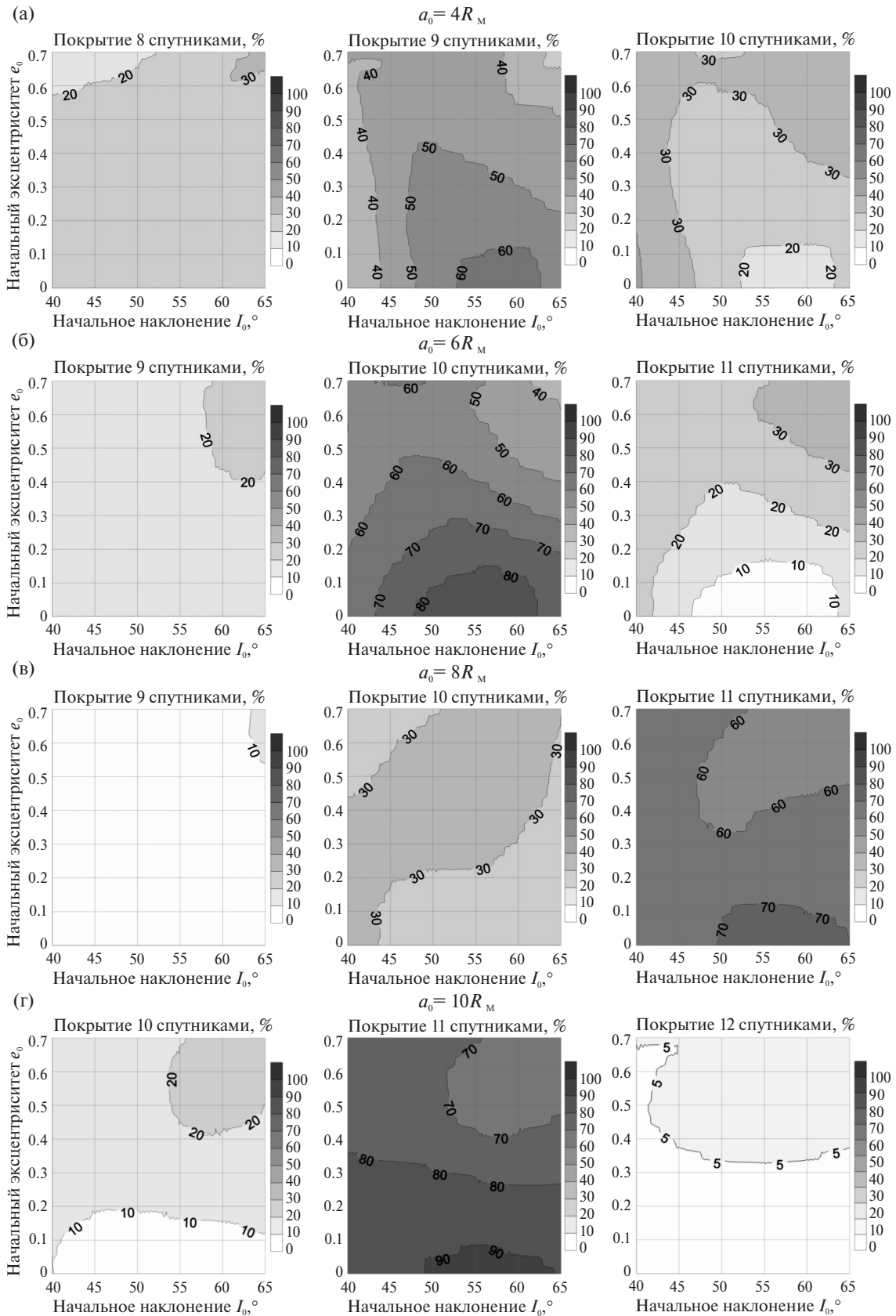


Рис. 5. Оценки видимости среднего количества НКА на поверхности Луны в зависимости от a_0 , равной: (а) $4R_M$, (б) $6R_M$, (в) $8R_M$, (г) $10R_M$, (д) $12R_M$

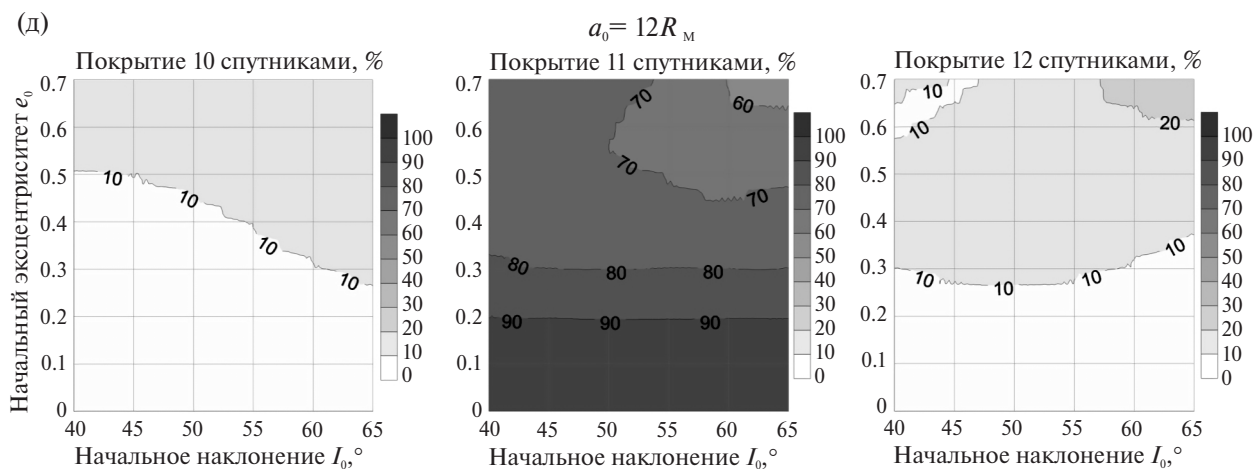


Рис. 5. Окончание

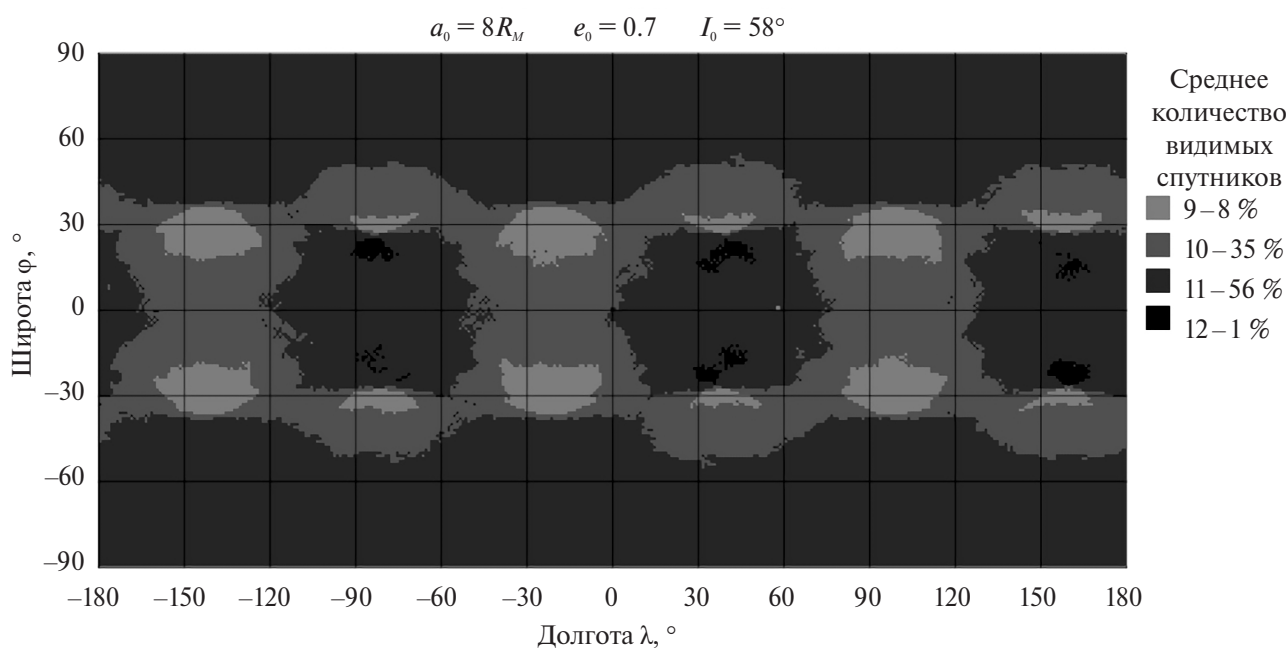


Рис. 6. Карта видимости НКА для оптимальной конфигурации лунной ГНСС: $a_0 = 8 R_M$, $e_0 = 0.7$, $I_0 = 58^\circ$

Таблица 2. Максимальные возмущения в эксцентриситете и наклонении за 10 лет для оптимальной конфигурации лунной ГНСС: $a_0 = 8 R_M$, $e_0 = 0.7$, $I_0 = 58^\circ$

Параметры	Номер НКА					
	1	5	9	13	17	21
$\omega_0, ^\circ$	270			90		
$\Omega_0, ^\circ$	0	120	240	60	180	300
Δe_{\max}	0.052	0.071	0.073	0.061	0.059	0.069
ΔI_{\max}	9.78	8.76	13.46	8.97	13.85	9.58

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в настоящей работе предлагается ОГ лунной ГНСС, оптимальная в плане конфигурационной устойчивости в течение 10-летнего срока активного существования и максимальной видимости НКА на поверхности Луны. Глобальная навигационная спутниковая система состоит из 24 НКА на шести эллиптических орбитах (четыре равномерно распределенных по средней аномалии НКА на каждой орбите): две тройки орбит с аргументами перицентра $\omega = 270^\circ$ и 90° для обслуживания северного и южного полушарий Луны соответственно. Долготы восходящих узлов орбит ГНСС распределены равномерно с шагом 60° . Начальные позиционные орбитальные элементы всех НКА ГНСС составляют $a_0 = 8R_M$, $e_0 = 0.7$, $I_0 = 58^\circ$ (относительно геоорбитальной плоскости).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № FSWM-2024-0005).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zelenyi L., Petrukovich A., Khartov V.V. et al.* Russian Lunar Space Program // Proc. 40th COSPAR Scientific Assembly. 2014. Moscow, Russia. Abstract ID. B0.1-5-14.
2. *Микрин Е.Л., Михайлов М.В., Орловский И.В. и др.* Спутниковая навигация окололунных космических аппаратов и объектов на поверхности Луны // Гироскопия и навигация. 2019. С. 22–31.
3. *Дмитриев А.О., Москатиньев И.В., Нестерин И.М. и др.* Анализ вариантов навигационных систем для Луны // Труды МАИ. 2021. № 118. С. 1–38.
4. *Carosi M., Capolicchio J., Tosti M. et al.* Comparison among Orbital Constellation for a Global Lunar Satellite Navigation System // Proc. Joint 26th Ka and Broadband Communications Conference and the 38th International Communications Satellite Systems Conference. Virginia, USA. 2021.
5. *Walker J.G.* Satellite constellations // J. British Interplanetary Society. 1984. V. 37. P. 559–571.
6. *Ely T.A.* Stable Constellations of Frozen Elliptical Inclined Lunar Orbits // J. Astronautical Sciences. 2005. V. 53. Iss. 3. P. 301–316.
7. *Ely T.A., Lieb E.* Constellations of elliptical inclined lunar orbits providing polar and global coverage // J. Astronautical Sciences. 2006. V. 54(1). P. 53–67.
8. *Howell K.C.* Three-Dimensional, Periodic, 'Halo' Orbits // Celestial Mechanics. 1984. V. 32. Iss. 1. P. 53–71.
9. *Wang K., Li K., Lv S. et al.* Multi-orbit lunar GNSS constellation design with distant retrograde orbit and Halo orbit combination // Scientific Reports. 2023. V. 13. Art.ID. 10158. DOI: 10.1038/s41598-023-37348-x.
10. *Gao Z., Hou X.* Coverage Analysis of Lunar Communication/Navigation Constellations Based on Halo Orbits and Distant Retrograde Orbits // J. Navigation. 2020. V. 73(2). P. 282–300. DOI: 10.1017/S0373463320000065.
11. *Лидов М.Л.* Эволюция орбит искусственных спутников под воздействием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. Вып. 8. С. 5–45.
12. *Kozai Y.* Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // Astron. J. 1962. V. 67. P. 591–598.
13. *Shevchenko I.* The Lidov–Kozai Effect — Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy. Springer International Publishing, 2017.
14. *Valtonen M.J., Karttunen H.* The three-body problem. Cambridge University Press, 2005.
15. *Попандонуло Н.А., Александрова А.Г., Томилова И.В. и др.* Численное моделирование динамики искусственных спутников Луны // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы. 2022. Т. 56. № 4. С. 266–284. DOI: 10.31857/S0320930X22040077.
16. Spherical Harmonic ASCII Model of the gravity fields of Earth's Moon GRGM1200L. 2021. https://pds-geosciences.wustl.edu/grail/grail-1-lgrs-5-rdr-v1/grail_1001/shadr/gggrx_1200l_bouguer_sha.tab
17. *Folkner W.M., Park R.S.* Planetary ephemeris DE438 for Juno // Tech. Rep. IOM 392R-18-004. Pasadena, CA: Jet Propulsion Laboratory, 2018.

ON THE DESIGN OF THE ORBITAL CONSTELLATION OF A LUNAR GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEM

© 2025 V. A. Avdyushev*, N. A. Popandopulo

Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Tomsk State University, Tomsk, Russia

**e-mail: sch@niipmm.tsu.ru*

Based on the results of numerical modeling and investigation of orbital structures in the lunar dynamic space, this article proposes an original orbital grouping of the lunar global navigation satellite system in quasi-frozen highly elliptical and highly inclined orbits. The proposed grouping has structural stability and provides effective navigation coverage. The search for such a configuration of the lunar GNSS was carried out by varying the positional orbital elements in wide ranges: the semimajor axis from 4 to 12 radii of the Moon, the eccentricity from 0 to 0.7, and the inclination from 40° to 65° .